Navigation Physics : Journal of Physics Education
Volume 6 Nomor 2 Desember 2024

Hamiltonian Penggerak Sistem Spin Dengan *Lamor Frequency* Menggunakan Metode *Fast Forward* & *Shortcut to Adiabaticity*

Klarisa Yulia Sari[1*], Iwan Setiawan[2], dan Desy Hanisa Putri[3]
[123]Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Bengkulu
Email : klarisayuliasary@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini merupakan penelitian studi pustaka dengan mengkaji beberapa literatur yang selaras dan menggunakan perhitungan analitik. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan dua metode dalam mempercepat dinamika kuantum adiabatik, yaitu metode *fast forward* dan *Shortcuts to Adi*abaticity (STA), yang memiliki relevansi signifikan dalam pengembangan teknologi kuantum, khususnya dalam aplikasi teknik pencitraan seperti NMR dan MRI. Penelitian ini meninjau bagaimana kedua metode dapat mempercepat dinamika kuantum sistem spin dengan parameterisasi medan magnet *Larmor frequency* tanpa mengubah karakteristik sistem tersebut. Metodologi yang digunakan adalah studi literatur lalu melakukan perhitungan analitik untuk mencari suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan. Medan magnet dari *Larmor frequency* digunakan untuk mencari Hamiltonian awal lalu analisis solusi fungsi gelombang dan Hamiltonian tambahan. Hasil yang didapatkan yakni perbandingan suku regularisasi dan suku Hamiltonian tambahan dari kedua metode. Dimana pada metode *fast forward* didapatkan hasil yang lebih sederhana dan sebaliknya, namun keduanya tetap dapat mempertahankan keadaan adiabatik sistem.

Kata kunci: Dinamika Kuantum; *Fast Forward*; *Shortcuts to Adiabaticity* (STA); *Larmor F*requency.

Abstract

This research is a literature study that reviews some harmonized literature and uses analytical calculations. This research aims to compare two methods in accelerating adiabatic quantum dynamics, namely the fast forward and Shortcuts to Adiabaticity (STA) methods, which have significant relevance in the development of quantum technology, especially in the application of imaging techniques such as NMR and MRI. This research reviews how both methods can accelerate the quantum dynamics of spin systems with Larmor frequency magnetic field parameterization without changing the characteristics of the system. The methodology used is a literature study and then analytical calculations are performed to find regularization terms and additional Hamiltonians. The magnetic field of Larmor frequency is used to find the initial Hamiltonian and then analyze the wave function solution and additional Hamiltonian. The results obtained are a comparison of regularization terms and additional Hamiltonian terms from both methods. Where the fast forward method obtained simpler results and vice versa, but both can still maintain the adiabatic state of the system.
Keywords*: Fast Forward; Larmor Frequency; Shortcuts to Adiabaticity (STA); Quantum Dynamics*

PENDAHULUAN

Dalam era perkembangan teknologi kuantum, dinamika kuantum adiabatik memainkan peran penting dalam berbagai aplikasi, termasuk teknik pencitraan seperti *Nuclear Magnetik Resonance* (NMR) dan *Magnetik Resonance Imaging* (MRI). Frekuensi Larmor penting dalam *Nuklir Magnetic Resonance* (NMR) dan *Magnetic Resonance Imaging* (MRI) untuk menentukan sifat fisik dan kimia dari sampel yang diperiksa (Kiselev, 2019). Frekuensi Larmor memberikan resolusi spasial pada proses pencitraan namun akuisisi data dan waktu yang dibutuhkan cukup lama. Upaya mempercepat dunia mikroskopik akan dapat mengubah karakteristik dari partikel tersebut. Namun efisiensi tidak di dapat apabila kecepatan waktu yang diperlukan merubah karakteristik fisik maupun isi suatu partikel tersebut (Ainayah et al., 2022). Untuk mengatasi permasalahan tersebut telah ditemukan konsep untuk mempercepat suatu proses mencapai keseimbangan tanpa mengubah karakteristik partikel yang disebut dengan konsep adiabatik. Konsep adiabatik dapat dicapai namun dalam waktu yang lama. Ditemukan sebuah metode yang sesuai untuk mempercepat proses pembuatan produk tanpa merubah karakteristik sistem yang ditinjau yaitu metode *fast forward* dan metode *shortcuts to adiabaticity* (Setiawan, 2019).

Proses adiabatik adalah proses di mana sistem mengalami perubahan tanpa pertukaran panas dengan lingkungan sekitarnya. Dalam dunia kuantum proses adiabatik memiliki tujuan untuk mempercepat dinamika kuantum dengan mempertahankan karakteristik level energi sistem (Elisa et al., 2022). Proses adiabatik merupakan suatu proses dimana parameter luar dari sistem Hamiltonian berubah secara adiabatik (Syafitri et al., 2023)(Aszhar et al., n.d.). Proses adiabatik amat penting dalam memanipulasi dinamika partikel karena dengan adanya proses ini suatu sistem tidak mengalami perubahan keadaan pada saat sebelum dan sesudah proses dinamika. Proses adiabatik dapat dilakukan namun dengan waktu yang lama. Sehingga masih kurang efisien apabila digunakan untuk membuat suatu produk. Untuk mengatasi permasalahan ini, diperlukan suatu metode untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik. Beberapa metode yang sedang dikembangkan yaitu metode *fast forward* dan *shortcuts to adiabaticity* (*STA*) (Setiawan, et al., 2017).

Fast forward merupakan metode yang digunakan untuk mempercepat waktu dalam pembuatan sebuah produk diantaranya itu proyeksi film cepat di layar (Nakamura et al., 2017). Metode ini pertama kali diusulkan oleh Nakamura dan Masuda pada tahun 2010. Fase tambahan fungsi gelombang untuk mempersingkat waktu pada dinamika kuantum didapatkan pada penelitian tersebut. Nakamura dan Masuda juga berhasil mengembangkan metode *fast forward* pada sistem relativistik (Benggadinda & Setiawan, 2021)(Setiawan et al., 2019)(Torrontegui & Martínez-Garaot, 2012). Beberapa penelitian sudah menggunakan metode *fast forward* diantaranya yaitu metode *fast forward* dalam sistem banyak benda (S Masuda & Nakamura, 2022), metode *fast forward* dalam mesin carnot, metode *fast forward* dalam tunneling (Khujakulov & Nakamura, 2016)(Nakamura et al., 2017) dan beberapa penelitian lainnya.

Selain itu terdapat juga metode lain dalam mempercepat dinamika adiabatik yang disebut *shortcuts to adiabaticity* (*STA*). *Shortcuts to adiabaticity* merupakan strategi untuk mencapai hasil adiabatik dalam waktu terbatas, menawarkan seperangkat alat untuk mempercepat dinamika sistem kuantum, dengan penerapan penting pada fisika atom dan kimia serta teknologi kuantum (Patra & Jarzynski, 2021). STA dapat dicapai dengan menggunakan berbagai teknik (Setiawan, Ekawita, et al., 2023). Metode *shortcuts to adiabaticity* (*STA*) merupakan metode yang dikembangkan oleh ilmuwan Gonzale Muga, Xi Chen dan Del Campo. Pada metode ini upaya untuk mempercepat dinamika kuantum dapat dilakukan dengan melalui transisi fase kuantum (Chen & Muga, 2010)(Del Campo, 2013). Selain tercapainya kecepatan, pada metode *STA* juga terdapat fitur penting yaitu banyaknya rute alternatif yang dapat digunakan sebagai parameter kontrol dan fleksibilitas untuk mengoptimalkan variabel yang relevan diantaranya yaitu untuk meminimalkan eksitasi energi dan konsumsi energi (Guéry-Odelin et al., 2019).

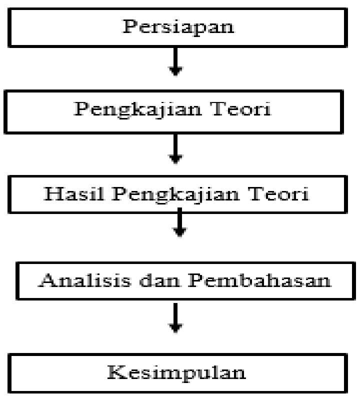
Pada penelitian ini penulis menggunakan metode *fast forward* dan *shortcuts to adiabaticity* (*STA*) pada sistem kuantum dengan parameterisasi medan magnet tertentu. Medan magnet yang dipilah adalah medan magnet dari *Larmor Frequency*. Dimana peneliti ingin mempertahankan keadaan sistem pada spin tunggal dengan medan magnet dari *Larmor Frequency* yang memiliki hubungan erat dengan pencitraan resonansi magnetik. Peneliti menggabungkan kedua metode ini dengan *Larmor Frequency* untuk mempercepat simulasi sistem fisika dengan meninjau spin tunggal. Metode *fast forward* dan *shortcuts to adiabaticity* (*STA*) memungkinkan kontrol yang lebih cepat dan efisien dari sistem kuantum tanpa memerlukan proses adiabatik yang lambat. Menurut Kiselev (2019) *Larmor Frequency* adalah frekuensi presesi yang diperoleh dari perputaran spin partikel bermuatan dalam medan magnet eksternal. Frekuensi ini penting dalam *Nuklir Magnetic Resonance* (NMR) dan *Magnetic Resonance Imaging* (MRI) untuk menentukan sifat fisik dan kimia dari sampel yang diperiksa. Frekuensi Larmor didefinisikan sebagai frekuensi processional dari spin nukleus dalam medan magnetik eksternal (Wagner, 2014). Dengan menggabungkan frekuensi Larmor diharapkan dapat mencapai transisi yang diinginkan dalam waktu yang lebih singkat. Serta dapat meningkatkan presisi dalam kontrol kuantum yang sangat penting dalam aplikasi pencitraan resonansi magnetik.

Melalui penelitian ini akan ditentukan perbandingan Hamiltonian tambahan yang dihasilkan dari kedua metode tersebut untuk mempercepat dinamika sistem. Tujuan pada penelitian ini adalah melihat perbandingan Hamiltonian tambahan yang dihasilkan metode *fast forward* dan *shortcuts to adiabaticity* pada sistem kuantum spin tunggal dengan *Larmor Frequency.*

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian untuk mengkaji teori fisika yang bersifat kuantitatif dengan melakukan studi literatur yang berkaitan dengan teori kuantum adiabatik menggunakan metode *fast forward* dan metode *shortcut to adiabaticity* dengan *Larmor Frequency*. Studi literatur merupakan salah satu metode dalam melakukan penelitian. Pada metode ini penelitian dilakukan dengan mengkaji dan menelusuri hasil tulisan pada peneliti sebelumnya. Kemudian melakukan pengkajian teori dengan menganalisis hasil penelitian sebelumnya untuk dijadikan bahan dalam penyusunan artikel ini. Peneliti menggunakan medan magnet dari *Larmor Frequency* untuk mencari Hamiltonian awal dengan menggunakan metode *fast forward* dan metode *shortcut to adiabaticity,* kemudian digunakan Untuk mencari Hamiltonian Tambahan dan suku regularisasi sistem. Istilah studi literatur juga kerap disebut dengan sebutan studi pustaka (Restu et al., 2021:35). Penelitian ini dilakukan pada bulan Juni sampai Oktober 2024 di Universitas Bengkulu.

Dalam melakukan penelitian ini ada beberapa prosedur yang akan dilakukan, prosedur digambarkan melalui bagan berikut ini:



Gambar 1. Prosedur Penelitian

Berdasarkan gambar 1 terdapat lima langkah prosedur penelitian yang dapat dijabarkan sebagai berikut:

a. Persiapan

   Pada tahap ini penulis melakukan persiapan penelitian dengan mencari dan mengumpulkan literatur yang mendukung seperti, buku-buku, jurnal dan referensi lainnya terkait teori kuantum, persamaan Schrödinger, teorema kuantum adiabatik, metode *fast forward*, metode *shortcut to adiabaticity* dan *Larmor Frequency*. Peneliti memilih literatur yang sesuai dengan topik lalu memperhatikan keterbaruan penelitian dan dari sumber-sumber yang terpercaya, misalnya jurnal dengan sinta atau scopus. Kemudian literatur tersebut akan dijadikan referensi dalam penyusunan maupun perhitungan matematis untuk mencapai tujuan penelitian.

b. Pengkajian teori

   Pengkajian teori dilakukan dengan menelaah persamaan Schrödinger yang ada kemudian menggunakan syarat batas untuk mencari fungsi gelombang dari *Larmor Frequency*. Syarat batas yang dimaksud berasal dari nilai eigen yang menggambarkan keadaan eigen sistem, nilai ini didapatkan dengan langkah awal mencari Hamiltonian awal. Dalam tahap ini Hamiltonian awal didapatkan dengan menggunakan medan magnet yang diberikan oleh *Larmor Frequency* kemudian digunakan untuk mencari nilai eigen dan vektor eigen dari sistem. Selanjutnya hasil yang didapatkan digunakan untuk merumuskan solusi fungsi gelombang sistem. Kita akan mendapatkan dua keadaan dari nilai eigen yang didapat sehingga solusi fungsi gelombangnya juga akan ada dua.

c. Hasil pengkajian teori

Hasil dari pengkajian teori yang berupa fungsi gelombang pada *Larmor Frequency* kemudian digunakan untuk mencari suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan pada sistem *Larmor Frequency*. Untuk mencari suku regularisasi digunakan nilai eigen dan vektor eigen serta fungsi gelombang yang telah didapatkan sebelumnya. Dengan metode *fast forward* kita hanya meninjau keadaan dasar (ground state) untuk mencari suku regularisasi yang kemudian akan ditambahkan pada persamaan Hamiltonian awal sehingga menghasilkan Hamiltonian tambahan. Sedangkan pada metode *shortcut to adiabaticity* kita meninjau kedua keadaan untuk mencari suku regularisasi yang kemudian akan ditambahkan pada persamaan Hamiltonian awal sehingga menghasilkan Hamiltonian tambahan,

d. Analisis dan pembahasan
Pada tahap ini, hasil yang diperoleh berupa suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan yang akan dibahas secara sistematis. Selanjutnya hasil perhitungan analitik dibandingkan dengan program *Wolfram Mathematica*. *Wolfram Mathematica* merupakan perangkat lunak yang kuat dan memiliki berbagai kegunaan untuk komputasi teknis. Dikembangkan oleh *Wolfram Research, Mathematica* mencakup berbagai bidang seperti matematika, sains, teknik, data, pembelajaran mesin, visualisasi, dan lainnya. Pada penelitian ini *Wolfram Mathematica* digunakan untuk memvalidasi hasil perhitungan secara analitik dengan memasukkan rumus yang digunakan pada saat mencari hasil sehingga peneliti dapat mengetahui keakuratan hasil yang telah didapatkan. Dengan *Wolfram Mathematica* juga akan digambarkan hasil yang didapatkan dengan memvisualisasikan hasil menggunakan grafik.

e. Kesimpulan
Hasil dari analisis dan pembahasan berupa hasil perhitungan analitik dan visualisasi hasil kemudian disimpulkan untuk menjawab rumusan masalah dalam penelitian ini. Suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan didapatkan sehingga tujuan penelitian tercapai.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Larmor Frequency adalah frekuensi presisi yang diperoleh dari perputaran spin partikel bermuatan dalam medan magnet eksternal. Frekuensi ini penting dalam *Nuklir Magnetic Resonance* (NMR) dan *Magnetic Resonance Imaging* (MRI) untuk menentukan sifat fisik dan kimia dari sampel yang diperiksa (Kiselev, 2019). Dalam konteks MRI dan NMR, Larmor Frequency menentukan frekuensi resonansi dari nukleus hidrogen (proton) dalam tubuh manusia ketika dikenai medan magnet. Frekuensi ini digunakan untuk menyetel pulsa radiofrekuensi (RF) yang menggetarkan proton dalam tubuh. Setelah eksitasi, precession proton pada Larmor Frequency menghasilkan sinyal yang dapat dideteksi dan digunakan untuk membuat gambar. Sehingga hasil pemeriksaan dapat dibaca. Sehingga pada penelitian ini dalam *Larmor frequency* perputaran spin yang akan ditinjau adalah spin tunggal dengan medan magnet yang dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{B} = B\begin{pmatrix} sin\,\theta(t)\,cos\,\varphi \\ sin\,\theta(t)\,sin\,\varphi \\ cos\,\theta(t) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

Dengan,

$$\theta(t) = R(t) = \epsilon t, \tag{2}$$

yang pergerakannya bergantung pada waktu (t) dan $\varphi =$ konstant, Hamiltonian pada sistem ini didapatkan dari persamaan berikut:

$$H\big(R(t)\big) = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\sigma}.\mathbf{B}. \tag{3}$$

Dengan $\mathbf{B}$ adalah medan magnet yang diberikan oleh persamaan (1). Dan $\boldsymbol{\sigma}$ merupakan matriks Pauli, yang terdiri dari tiga matriks Hermitian kompleks berukuran (2x2) yang merepresentasikan komponen spin tunggal di sepanjang sumbu x, y, dan z. Berikut ini adalah definisi dari ketiga komponen matriks Pauli tersebut:

$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

sehingga dengan mensubtitusikan nilai **σ** dan **B** pada persamaan (3) didapatkan Hamiltonian awal sistem sebagai:

$$H_0(R(t)) = \frac{1}{2}B\begin{pmatrix} \cos R(t) & \sin R(t)\, e^{-i\varphi} \\ \sin R(t)\, e^{i\varphi} & -\cos R(t) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Selanjutnya Hamiltonian awal yang telah didapatkan digunakan untuk mencari nilai eigen (λ). Nilai eigen menunjukkan tingkat energi pada sistem, untuk mencari nilai eigen (λ) digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - H) = 0, \quad (5)$$

dimana $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ merupakan matriks identitas dan H adalah Hamiltonian awal yang ada pada persamaan (4). Sehingga didapatkan nilai $\lambda_\pm = \pm B/2$, terdapat dua nilai eigen yang menunjukkan dua tingkat energi, yaitu nilai eigen positif dan nilai eigen negatif, yang menunjukkan keadaan dasar dan keadaan tereksitasi pertama (Pingak dkk., 2019). Selanjutnya dengan kedua nilai eigen ini maka akan didapatkan dua vektor eigen yang menunjukkan keadaan sistem, yang dituliskan sebagai berikut:

$$\Psi_0^+ = \begin{pmatrix} C_1^+ \\ C_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\cos R(t)\, e^{-i\varphi} + e^{-i\varphi}}{\sqrt{2+2\cos R(t)}}\right) \\ \left(\frac{\sin R(t)}{\sqrt{2+2\cos R(t)}}\right) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

dan

$$\Psi_0^- = \begin{pmatrix} C_1^- \\ C_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\cos R(t)\, e^{-i\varphi} - e^{-i\varphi}}{\sqrt{2-2\cos R(t)}}\right) \\ \left(\frac{\sin R(t)}{\sqrt{2-2\cos R(t)}}\right) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Metode *fast forward* pada dinamika kuantum adiabatik dapat di tinjau secara singkat dengan mengasumsikan solusi dari persamaan Schrodinger bergantung waktu (Setiawan et al., 2017), yang didefinisikan sebagai:

$$\Psi_0(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t E(R(t))dt} e^{i\xi(t)} \quad (8)$$

Dengan $R(\mathrm{t}) = R_0 + \epsilon t$ adalah parameter adiabatik dengan ϵ memiliki nilai yang sangat kecil yaitu $\epsilon \ll 1$ sehingga waktu yang dibutuhkan dalam sistem akan semakin kecil sehingga proses perputaran spin dapat dipercepat dan ξ adalah fase adiabatik untuk meninjau sistem.

Dalam metode *fast forward* keadaan yang ditinjau dapat dipilih dari beberapa keadaan yang didapatkan sebelumnya. Pada penelitian kali ini peneliti meninjau keadaan eigen positif, dengan mempertimbangkan dinamika adiabatik. Dengan ξ = 0. Sehingga fungsi gelombang yang berevolusi secara adiabatik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} \left(\frac{\cos R(t)\, e^{-i\varphi} + e^{-i\varphi}}{\sqrt{2+2\cos R(t)}}\right) \\ \left(\frac{\sin R(t)}{\sqrt{2+2\cos R(t)}}\right) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t E_0 + B/2\, dt'}. \quad (9)$$

Untuk mempertahankan keadaan adiabatik fungsi gelombang pada persamaan (9) digunakan konsep regularisasi (Setiawan, 2019). Istilah regularisasi menjamin bahwa suatu sistem bergerak secara adiabatik. Rumusan untuk memperoleh istilah regularisasi ditulis dalam persamaan berikut:

$$\widetilde{\mathcal{H}}\begin{pmatrix}C_1(R)\\C_2(R)\end{pmatrix} = \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial R}\begin{pmatrix}C_1(R)\\C_2(R)\end{pmatrix} - \mathrm{i}\hbar\left(C_1^*\frac{\partial C_1}{\partial R} + C_2^*\frac{\partial C_2}{\partial R}\right)\begin{pmatrix}C_1(R)\\C_2(R)\end{pmatrix}. \quad (10)$$

$\widetilde{\mathcal{H}}$ disebut dengan suku regularisasi yang dapat menjamin sistem bergerak secara adiabatik (Masuda & Nakamura, 2009). $\widetilde{\mathcal{H}}$ merupakan matrik (2x2) yang memiliki komponen sebagai:

$$\widetilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix}\widetilde{\mathcal{H}}_{11} & \widetilde{\mathcal{H}}_{12}\\ \widetilde{\mathcal{H}}_{21}^* & -\widetilde{\mathcal{H}}_{22}\end{pmatrix}, \quad (11)$$

Energi yang bekerja pada sistem harus bernilai real, maka disyaratkan bahwa matriks $\widetilde{\mathcal{H}}$ adalah matriks Hermitian. Dalam Matriks Hermitian $\widetilde{\mathcal{H}}_{11} = -\widetilde{\mathcal{H}}_{22}$ dan $\widetilde{\mathcal{H}}_{21}^* = \widetilde{\mathcal{H}}_{12}$, serta menggunakan permisalan $a = \frac{\partial C_1}{\partial R}$ dan $b = \frac{\partial C_2}{\partial R}$, persamaan (10) dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{pmatrix}C_1 & C_2\\ -C_2 & C_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\widetilde{\mathcal{H}}_{12}\\ \widetilde{\mathcal{H}}_{12}\end{pmatrix} = \mathrm{i}\hbar\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}, \quad (12)$$

dengan menggunakan bentuk eksplisit dari C_1 dan C_2 dIdapatkan nilai $\widetilde{\mathcal{H}}_{11}\ dan\ \widetilde{\mathcal{H}}_{12}$ sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix}\widetilde{\mathcal{H}}_{11}\\ \widetilde{\mathcal{H}}_{12}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\hbar a\left(\frac{cosR(t)e^{-i\varphi}+e^{-i\varphi}(2+2cosR(t))^{1/2}}{cos^2R(t)e^{-2i\varphi}+2cosR(t)e^{-2i\varphi}+e^{-2i\varphi}+sin^2R(t)}\right) - i\hbar b\left(\frac{sinR(t)(2+2cosR(t))^{1/2}}{cos^2R(t)e^{-2i\varphi}+2cosR(t)e^{-2i\varphi}+e^{-2i\varphi}+sin^2R(t)}\right)\\ i\hbar a\left(\frac{sin\,R(t)(2+2\,cos\,R(t))^{1/2}}{cos^2\,R(t)\,e^{-2i\varphi}+2cos\,R(t)\,e^{-2i\varphi}+e^{-2i\varphi}+sin^2R(t)}\right) + i\hbar b\left(\frac{cos\,R(t)\,e^{-i\varphi}+e^{-i\varphi}(2+2\,cos\,R(t))^{1/2}}{cos^2\,R(t)\,e^{-2i\varphi}+2cos\,R(t)\,e^{-2i\varphi}+e^{-2i\varphi}+sin^2R(t)}\right)\end{pmatrix}. \quad (13)$$

Dengan,

L = $cos^2\,R(t)\,e^{-2i\varphi} + 2cos\,R(t)\,e^{-2i\varphi} + e^{-2i\varphi} + sin^2R(t)$

o = $cosR(t)e^{-i\varphi}+e^{-i\varphi}(2+2cosR(t))^{1/2}$

p = $sinR(t)(2+2cosR(t))^{1/2}$

maka $\widetilde{\mathcal{H}}$ dengan komponen matriks sesuai dengan persamaan (11) dapat dituliskan sebagai:

$$\widetilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix}\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) & \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right)\\ \left(-i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) & -\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right)\end{pmatrix}. \quad (14)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan $(\mathcal{H})$ digunakan persamaan yang melibatkan konsep *fast forward* (Setiawan, 2019). Dimana $R(t)$ didefinisikan kembali menjadi $R(\Lambda(t))$, dengan $\Lambda(t) = \int_o^t \alpha(t')dt'$, sehingga

$$\begin{aligned} R(\Lambda(t)) &= R_0 + \lim_{\epsilon\to 0,\alpha\to\infty} \varepsilon\Lambda(t)\\ &= R_0 + \int_o^t v(t')dt'\\ &= R_0 + \bar{v}\left[t - \frac{T_{FF}}{2\pi}Sin\left(\frac{2\pi}{T_{FF}}t\right)\right].\end{aligned}$$

(Setiawan et al., 2017).

Dengan menggunakan parameter waktu adiabatik berupa ε yang memiliki nilai sangat kecil dan menuju nol serta faktor pengali waktu α yang nilainya menuju tak hingga sehingga $\varepsilon.\alpha$ akan menghasilkan suatu nilai yang memiliki nilai berhingga yang dapat dituliskan sebagai ν. Dimana ν merupakan faktor kecepatan, sehingga

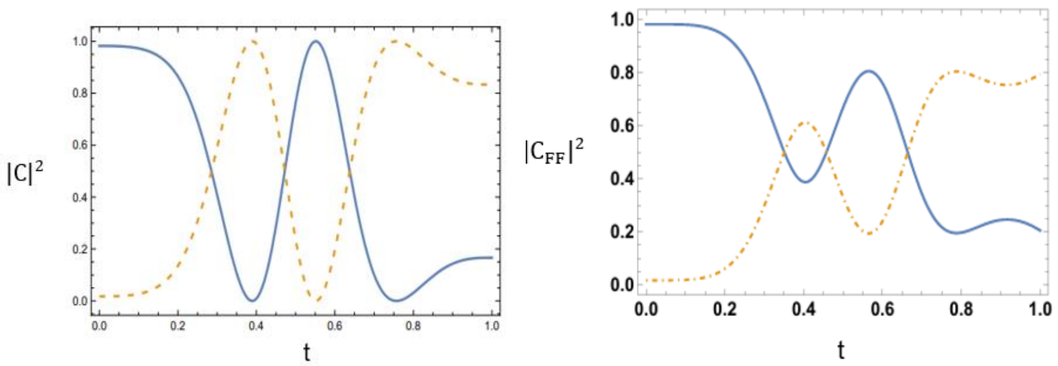
$$\mathcal{H} = v(t)\widetilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) & v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) \\ -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) & -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Kemudian setelah suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan didapatkan dengan menggunakan faktor skala waktu $R\big(\Lambda(t)\big) = R_0 + \bar{v}\left[t - \frac{T_{FF}}{2\pi} Sin\left(\frac{2\pi}{T_{FF}}t\right)\right]$ (Setiawan et al., 2023). Maka Hamiltonian dipercepat dapat dituliskan sebagai:

$$H_{FF} = v(t)\widetilde{\mathcal{H}} + H_0\left(R\big(\Lambda(t)\big)\right) \quad (16)$$

$$H_{FF+} = \begin{pmatrix} v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}cos\, R\big(\Lambda(t)\big) & v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}sin\, R\big(\Lambda(t)\big)\, e^{-i\varphi} \\ -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}sin\, R\big(\Lambda(t)\big)\, e^{i\varphi} & -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) - \frac{B}{2}cos\, R\big(\Lambda(t)\big) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Selanjutnya dengan memilih parameter kecepatan adalah v=10, waktu untuk keadaan akhir atau T akhir adalah T=1, medan magnet adalah B= 10, sudut adalah φ= Pi, dan $R = 2v\left(\frac{t}{2} - \frac{T\, Sin\frac{2\pi t}{T}}{4\pi}\right)$. $|C_1|^2$ dan $|C_2|^2$ yang berevolusi secara adiabatik dapat digambarkan sebagai:



(a) (b)

Gambar 2. $|C_1|^2$ dan $|C_2|^2$: (a) tanpa $\widetilde{\mathcal{H}}$ (b) dengan tambahan $\widetilde{\mathcal{H}}$

Dimana garis berwarna biru adalah $|C_1|^2$ dan garis putus-putus berwarna kuning adalah $|C_2|^2$. Gambar a adalah grafik energi dari vektor eigen sedangkan, gambar b adalah grafik energi dengan penambahan Hamiltonian tambahan. Dari gambar terlihat keadaan awal dan akhir kedua gambar menunjukkan keadaan yang hampir sama. Dimana pada gambar a $|C_1|^2$ bergerak dari keadaan awal up ke keadaan akhir di titik 0,18. Dan $|C_2|^2$ awal pada keadaan down, pada keadaan akhir berada pada titik 0,82. Sedangkan pada gambar b $|C_1|^2$ bergerak dari keadaan awal up ke keadaan akhir di titik 0,2. Dan $|C_2|^2$ awal pada keadaan down, pada keadaan akhir berada pada titik 0,8.

Dari perbandingan gambar a dan b, terdapat perbedaan bentuk grafik saat proses evolusi yaitu setelah posisi awal menuju posisi akhir. Pada gambar b bentuk grafik terlihat lebih pendek untuk menuju keadaan akhir sistem. Hal ini terjadi karena dinamika spin setela adanya penambahan Hamiltonian tambahan dipercepat, sehingga memerlukan waktu yang lebih singkat dibandingkan sebelum penambahan Hamiltonian.

Dengan demikian kedua grafik menunjukkan bahwa keadaan awal dan akhir sistem yang ditinjau menggunakan Hamiltonian awal dan suku regularisasi didapatkan dinamika yang relatif sama. Artinya setelah penambahan Hamiltonian tambahan dinamika adiabatik dapat dipertahankan. Dari gambar b dapat dilihat grafik yang terbentuk lebih pendek dan pada keadaan akhir lebih sempit hal ini menunjukkan bahwa setelah penambahan Hamiltonian dan medan magnet sebesar B=10 waktu yang dibutuhkan lebih cepat untuk sistem dapat mencapai keadaan akhir. Selain itu percepatan waktu yang dihasilkan tetap dapat menjaga sistem untuk berada dalam keadaan adiabatik, sehingga tidak ada energi yang berubah dalam proses tersebut.

Langkah selanjutnya untuk metode *shortcut to adiabaticity* kita akan menggunakan kedua keadaan eigen yang telah didapat. Karena keadaan eigen positif telah ditinjau pada metode *fast forward* (Berry, 2009), maka langkah selanjutnya adalah meninjau keadaan eigen negatif, dengan mempertimbangkan dinamika adiabatik. Fungsi gelombang yang berevolusi secara adiabatik adalah:

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} \left(\frac{\cos R(t)\, e^{-i\varphi} - e^{-i\varphi}}{\sqrt{2-2\cos R(t)}}\right) \\ \left(\frac{\sin R(t)}{\sqrt{2-2\cos R(t)}}\right) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t E_0 - B/2\, dt\prime} \tag{18}$$

Dengan meninjau kembali persamaan (10) dan (12) maka didapatkan suku regularisasi sebagai:

$$\widetilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) & \left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) \\ \left(-\, i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) -\, i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) & -\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) \end{pmatrix} \tag{19}$$

Dengan:
k = $\cos^2 R(t)\, e^{-2i\varphi} - 2\cos R(t)\, e^{-2i\varphi} + e^{-2i\varphi} + \sin^2 R(t)$
m = $\cos R(t) e^{-i\varphi} - e^{-i\varphi}\left(2 - 2\cos R(t)\right)^{1/2}$
n = $\sin R(t)\left(2 - 2\cos R(t)\right)^{1/2}$

Kemudian untuk metode STA kita jumlahkan $\widetilde{\mathcal{H}}_-$ dan $\widetilde{\mathcal{H}}_+$ sehingga didapatkan suku regularisasi sebagai:

$$\widetilde{\mathcal{H}}_- + \widetilde{\mathcal{H}}_+ = \begin{pmatrix} \left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) & \left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) \\ -\left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) & -\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan ($\mathcal{H}$) digunakan persamaan sebagai:

$$\mathcal{H} = v(t)\widetilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) & v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) \\ -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) & -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Setelah mendapatkan hamiltonian tambahannya, selanjutnya kita dapatkan Hamiltonian dipercepat untuk metode shorthcuts to adiabaticity sebagai:

$$H_{STA} = \begin{pmatrix} v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}\cos R(\Lambda(t)) & v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) + \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}\sin R(\Lambda(t))\, e^{-i\varphi} \\ -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{n}{k}\right) + i\hbar b\left(\frac{m}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{p}{L}\right) + i\hbar b\left(\frac{o}{L}\right)\right) + \frac{B}{2}\sin R(\Lambda(t))\, e^{i\varphi} & -v(t)\left(i\hbar a\left(\frac{m}{k}\right) - i\hbar b\left(\frac{n}{k}\right)\right) - \left(i\hbar a\left(\frac{o}{L}\right) - i\hbar b\left(\frac{p}{L}\right)\right) - \frac{B}{2}\cos R(\Lambda(t)) \end{pmatrix} \tag{22}$$

Setelah mendapatkan suku regularisasi dan Hamiltonian dipercepat dari kedua metode dapat dilihat bahwa metode *fast forward* hanya membutuhkan satu keadaan, sedangkan sistem STA menggunakan semua keadaan yang ada pada sistem. Namun metode STA dapat menggunakan suku regularisasi yang digunakan pada metode *fast forward* sehingga kedua metode ini dapat saling melengkapi. Dari segi aplikasi dan fleksibilitas juga kedua metode ini memiliki keunggulan masing -masing dimana metode *fast forward* telah diperluas untuk mempercepat dinamika adiabatik kuantum dan klasik dari berbagai sistem. Metode ini juga digunakan dalam persiapan keadaan cepat, perlindungan keadaan, dan penyortiran ion (S Masuda & Nakamura, 2022). Sedangkan metode STA telah menunjukkan kemajuan teoritis dan eksperimental yang signifikan dalam fisika atom dan kimia, serta teknologi kuantum. STA juga diterapkan pada dinamika Hamiltonian klasik dan stokastik (Patra & Jarzynski, 2021).

PENUTUP

Telah dilakukan penelitian dengan meninjau metode *fast forward* dan *shortcuts to adiabaticity* (STA) yang diaplikasikan dengan *Larmor Frequency* untuk melihat perbandingan Hamiltonian tambahan dari kedua metode pada sistem kuantum spin tunggal. Dalam penelitian ini, Hamiltonian tambahan ($\mathcal{H}$) kedua metode telah didapatkan dari suku regularisasi dan keadaan eigen sistem yang ditinjau pada spin tunggal menggunakan parameterisasi medan magnet dari *Larmor Frequency* untuk mempercepat proses pergerakan sistem Larmor. Dengan metode *fast forward* Hamiltonian tambahan sesuai dengan persamaan (15) dan Hamiltonian dipercepat sesuai dengan persamaan (17). Dari gambar yang telah diberikan dapat dilihat bahwa keadaan adiabatik terjaga. Sedangkan pada metode *shortcuts to adiabaticity* Hamiltonian tambahan sesuai dengan persamaan (21) dan Hamiltonian dipercepat sesuai dengan persamaan (22). Hal ini menunjukkan pada metode *fast forward* untuk mencari nilai $\widetilde{\mathcal{H}}$ hanya membutuhkan satu informasi tentang energi sistem, pada STA membutuhkan semua nilai eigen dari sistem sehingga metode *fast forward* lebih sederhana sedangkan metode STA lebih kompleks. Secara teoritis metode *fast forward* dapat menawarkan beberapa Hamiltonian tambahan sesuai dengan jumlah keadaan eigen yang dihasilkan sistem, sedangkan metode STA hanya memberikan satu Hamiltonian tambahan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti berterima kasih kepada program studi pendidikan fisika, Universitas Bengkulu yang telah memberikan izin kepada peneliti untuk berpartisipasi dalam kegiatan Merdeka Belajar Kampus Merdeka (MBKM) penelitian 2024. Peneliti juga mengucapkan rasa banyak terima kasih kepada dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama proses penelitian ini, sehingga peneliti dapat menyelesaikan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

Ainayah, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2022). Methods To Accelerate Equilibrium in Overdamped Brownian Motion. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Keilmuan (JPFK)*, *8*(2), 212–225. http://doi.org/10.25273/jpfk.v8i2.13626

Aszhar, J., Setiawan, I., & Medriati, R. (n.d.). Method for accelerating equilibrium in perfectly damped Brownian motion motion with harmonic potential. *Kasuari: Physics Education Journal (KPEJ)*, *x*.

Benggadinda, A., & Setiawan, I. (2021). Metoda Fast Forward Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Spin Tunggal. *JST (Jurnal Sains dan Teknologi)*, *10*(2), 274–280. https://doi.org/10.23887/jstundiksha.v10i2.39876

Berry, M. V. (2009). Transitionless quantum driving. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, *42*(36). https://doi.org/10.1088/1751-8113/42/36/365303

Chen, X., & Muga, J. G. (2010). Transient energy excitation in shortcuts to adiabaticity for the time-dependent harmonic oscillator. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, *82*(5), 1–7. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.053403

Del Campo, A. (2013). Shortcuts to adiabaticity by counterdiabatic driving. *Physical Review Letters*, *111*(10), 1–5. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.100502

Elisa, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2022). Energi Penggerak untuk Mempercepat Kesetimbangan Gerak Brown Teredam Sebagian (Underdamped). *jurnal inovasi dan pembelajaran fisika*, *10*(1), 21–33. https://doi.org/https://doi.org/10.36706/jipf.v10i1.19240

Guéry-Odelin, D., Ruschhaupt, A., Kiely, A., Torrontegui, E., Martínez-Garaot, S., & Muga, J. G. (2019). Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications. *Reviews of Modern Physics*, *91*(4). https://doi.org/10.1103/RevModPhys.91.045001

Hutagalung, M., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Kajian Literatur Fase Adiabatik untuk Mempercepat dinamika Kuantum Adiabatik pada Osilator Harmonik. *Indonesian Journal of Applied Physics (IJAP)*, *13*(1), 106–116.

Khujakulov, A., & Nakamura, K. (2016). Scheme for accelerating quantum tunneling dynamics. *Physical Review A*, *93*(2), 1–11. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.022101

Kiselev, V. G. (2019). Larmor frequency in heterogeneous media. *Journal of Magnetic Resonance*, *299*, 168–175. https://doi.org/10.1016/j.jmr.2018.12.008

Masuda, S, & Nakamura, K. (2022). Fast-forward scaling theory. *Philosophical Transactions Royal Society A*, *380*(20210278). https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0278

Masuda, Shumpei, & Nakamura, K. (2009). Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *466*(2116), 1135–1154. https://doi.org/10.1098/rspa.2009.0446

Nakamura, K., Khujakulov, A., Avazbaev, S., & Masuda, S. (2017). Fast forward of adiabatic control of tunneling states. *Physical Review A*, *95*(6), 1–12. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.062108

Patra, A., & Jarzynski, C. (2021). Semiclassical fast-forward shortcuts to adiabaticity. *Physical Review Research*, *3*(1), 1–8. https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.013087

Pingak, R. K., Kolmate, R., & Bernandus, B. (2019). A Simple Matrix Approach to Determination of the Helium Atom Energies. *Jurnal Penelitian Fisika dan Aplikasinya (JPFA)*, *9*(1), 10. https://doi.org/10.26740/jpfa.v9n1.p10-21

Restu, Saputra, M. I., Triyono, A., & Suwaji. (2021). *Metode Penelitian*. Depublish.

Rohayati, S., Setiawan, I., & Risdianto, E. (2023). Regularization Phase and Auxiliary Potential to MAintain Adiabatic Quantum Dynamics At Delta Function Potential. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Keilmuan (JPFK)*, *9*(2), 87–113.

Setiawan, I. (2019). Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat Pada Model Landau-Zener Dan Model Ising. *Jurnal Kumparan Fisika*, *2*(1), 57–64. https://doi.org/10.33369/jkf.2.1.57-64

Setiawan, I., Eka Gunara, B., Masuda, S., & Nakamura, K. (2017). Fast forward of the adiabatic spin dynamics of entangled states. *Physical Review A*, *96*(5), 1–11. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.052106

Setiawan, I., Ekawita, R., Sugihakim, R., & Gunara, B. E. (2023). Fast-forward adiabatic quantum dynamics of XY spin model on three spin system. *Physica Scripta*, *98*(2), 1–13. https://doi.org/10.1088/1402-4896/acb2fe

Setiawan, I., Gunara, B. E., & Nakamura, K. (2019). Fast forward of adiabatic spin dynamics : An application to quantum annealing model in triangle spin systems. *Journal of Physics: Conference Series*, *1245*(1), 1–9. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1245/1/012077

Setiawan, I., Sugihakim, R., Gunara, B. E., Masuda, S., & Nakamura, K. (2023). Fast-forward generation of non-equilibrium steady states of a charged particle under the magnetic field. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, *2023*(6), 1–12. https://doi.org/10.1093/ptep/ptad067

Syafitri, D., Setiawan, I., Studi, P., Fisika, P., & Bengkulu, U. (2023). Analisis Fase Tambahan , Potensial Tambahan , dan Rapat Arus Adiabatik Sistem Kuantum Dengan Potensial Tangga. *Navigation Physics : Journal of Physics EducationSyafitri, D., Setiawan, I., Studi, P., Fisika, P., & Bengkulu, U. (2023). Analisis Fase Tambahan , Potensial Tambahan , dan Rapat Arus Adiabatik Sistem Kuantum Dengan Potensial Tangga. Navigation Physics :* , *5*(2), 66–76. https://doi.org/https://doi.org/10.30998/npjpe.v5i2.2367

Torrontegui, & Martínez-Garaot. (2012). *Shortcuts to adiabaticity: fast-forward approach*. *1*, 1–7. https://doi.org/https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013601

Wagner, E. P. (2014). *Understanding Precessional Frequency , Spin-Lattice and Spin-Spin Interactions in Pulsed Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*. *January*, 1–13.