

Fase Dan Potensial Adiabatik Pada Sistem Kuantum Dengan Sumur Potensial Berhingga

Nurhalilah Tuljannah^{1*}, Iwan Setiawan², dan Desy Hanisa Putri³

^{1,2,3} Pendidikan Fisika, Universitas Bengkulu

*E-mail: tuljannahnurhalilah@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan teori fisika yang bersifat kuantitatif. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian literatur yang berkaitan dengan dinamika kuantum adiabatik dengan sumur potensial berhingga. Metode yang digunakan adalah metode *fast forward*, dimana metode ini mempercepat skala waktu dengan memanipulasi atau meregularisasi fungsi gelombang. Fungsi gelombang pada keadaan dasar dimodifikasi dengan menambahkan suku tambahan berupa fase adiabatik (θ) dan potensial tambahan (\tilde{V}) supaya persamaan Schroedinger bergantung waktu tetap terpenuhi. Hasil dari penelitian ini yaitu masing-masing daerah pada kasus energi penggerak lebih kecil dari potensial penghalang atau $E < V_0$, terdapat fase adiabatik. Sedangkan potensial tambahan bernilai nol. Hal ini dikarenakan fungsi gelombang pada kasus ini bersifat real, yang mana potensial tambahan hanya terdapat pada daerah yang fungsi gelombangnya bersifat imajiner.

Kata kunci: fase adiabatik, potensial adiabatik, dinamika kuantum, sumur potensial berhingga, *fast forward*

Abstract

This research is a quantitative physics theory development research. The research was conducted by conducting a literature review related to adiabatic quantum dynamics with infinite potential wells. The method used is the fast forward method, where this method accelerates the time scale by manipulating or regularizing the wave function. The wave function in the ground state is modified by adding additional terms in the form of adiabatic phase (θ) and additional potential (\tilde{V}) so that the time-dependent Schroedinger equation is still fulfilled. The result of this study is that each region in the case of driving energy smaller than the barrier potential or $E < V_0$, there is an adiabatic phase. While the additional potential is zero. This is because the wave function in this case is real, where the additional potential only exists in the area where the wave function is imaginary.

Keywords: *adiabatic phase, additional potential, quantum dynamics, finite potential well, fast forward*

PENDAHULUAN

Kemajuan teknologi memungkinkan masyarakat menemukan solusi untuk mempercepat skala waktu dan menghemat tenaga yang dibutuhkan untuk melakukan sesuatu. Skala waktu yang lebih lama akan memakan tenaga yang lebih banyak dan biaya yang dikeluarkan lebih besar. Supaya biaya yang dikeluarkan tidak terlalu besar, maka menghemat waktu tanpa mengurangi kualitas adalah suatu solusi yang baik. Salah satu cara untuk mempersingkat waktu di dunia mekanika kuantum dalam pembuatan produk yang efisien dan singkat adalah dengan cara memanipulasi dan mengoptimalkan waktu pengerjaan dan perancangan produknya (Hutagalung, et al, 2023). Teknologi dalam dunia mikroskopik, upaya mempercepat skala waktu dilakukan dengan memanipulasi atau meregularisasi fungsi gelombang. Konsep ini disebut dengan *fast-forward*.

Metode *fast forward* dikembangkan oleh Nakamura dan Masuda pada sistem mikro partikel (Benggadinda & Setiawan, 2021). Teori ini dikembangkan lebih lanjut untuk mempercepat dinamika kuantum kuasi-statis atau adiabatik (Setiawan et al., 2019). Masuda dan Nakamura mempercepat proses adiabatik menggunakan metode *fast forward* untuk mempercepat dinamika kuantum (Chen dan Muga, 2010). Metode ini dilakukan dengan cara mendapatkan fase adiabatik dan potensial tambahan.

Konsep dan karakteristik awal untuk mempercepat dinamika kuantum tanpa menghilangkan ciri dari sistem disebut dinamika kuantum adiabatik (Hutagalung, et al., 2023). Pengembangan strategi atau konsep ini juga bisa dilakukan dengan metode lain yaitu *shortcuts to adiabaticity* (STA). STA adalah rute cepat menuju hasil akhir dari perubahan adiabatik yang lambat pada parameter pengontrol suatu sistem (Guery-Odelin, D, et al., 2019). Proses adiabatik dalam kuantum ini sering digunakan untuk mempersiapkan atau mendorong keadaan akhir dengan menggunakan cara yang kuat dan bisa dikendalikan, proses di sini adalah perubahan lambat dari parameter keadaan Hamiltonian (Elisa et al., 2023).

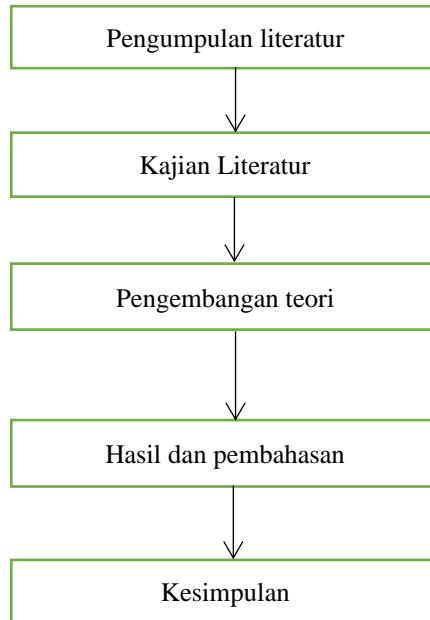
Salah satu penerapan dinamika kuantum adiabatik adalah pada sumur potensial berhingga. Sumur potensial adalah sistem kuantum yang mempunyai potensial penghalang berbentuk sumur dengan syarat batas tertentu di mana di dalamnya terdapat partikel (Putra, 2019). Keadaan suatu partikel yang terbatas pada wilayah ruang terbatas adalah keadaan terikat dan spektrum energinya bersifat diskrit (Zettili N, 2009). Keadaan terikat ini dapat dijelaskan dengan menggunakan fungsi gelombang kuantum yang memenuhi persamaan Schroedinger dalam konteks salah satunya partikel dalam kotak khususnya partikel pada sumur potensial keadaan terikat (Rahmayani, et al., 2014).

Peneliti sebelumnya telah melakukan kajian literatur pada osilator harmonik. Pada penelitian tersebut didapatkan bahwa dengan menambahkan suku tambahan pada fungsi gelombang yaitu fase adiabatik, menjamin osilator harmonik dapat bergerak dalam waktu yang singkat dan bergerak secara adiabatik pada keadaan dasar dan eksitasi pertama selama proses mempercepat berlangsung (Hutagalung, et al, 2023). Selain itu, Setiawan I (2019) juga telah melakukan pengembangan konsep dinamika kuantum adiabatik yang dipercepat pada sistem 2 spin dengan cara mengaplikasikan konsep *fast forward*.

Dalam dinamika kuantum adiabatik, fungsi gelombang dimodifikasi ke dalam bentuk fungsi gelombang adiabatik. Fungsi gelombang adiabatik adalah fungsi gelombang yang bergantung pada parameter adiabatik (ϵ) yang nilainya sangat kecil dan bergantung pada fase adiabatik (θ) (Setiawan, 2018). Penambahan suku tambahan pada fungsi gelombang dengan tujuan untuk mendapatkan waktu yang efisien telah banyak dilakukan dan mendapatkan hasil dengan baik. Meskipun begitu, penelitian pada sumur potensial berhingga masih sangat diperlukan karena masih berada pada tingkat dasar yang mana masih banyak aspek yang perlu diteliti lebih dalam. Hal inilah yang menjadi landasan peneliti untuk melakukan studi literatur mendalam dengan cara menambahkan fase dan potensial adiabatik dalam fungsi gelombang sumur potensial berhingga.

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan adalah jenis penelitian pengembangan teori fisika yang bersifat kuantitatif. Penelitian ini masih merupakan penelitian dasar yang mengkaji teori fisika dengan melakukan analisis literatur yang berkaitan dengan dinamika kuantum adiabatik. Metode yang digunakan adalah metode *fast forward*. Studi literatur yang dilakukan terkait dengan metode *fast forward* sebagai penentu untuk mendapatkan fase adiabatik serta pengembangan persamaan Schroedinger untuk mendapatkan potensial tambahan untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik pada potensial sumur berhingga Berikut ini adalah bagan prosedur penelitian.



Gambar 1. Bagan Prosedur Penelitian

- a. Pengumpulan teori
Tahap ini merupakan langkah awal peneliti untuk melakukan penelitian dengan cara mengumpulkan literatur yang diperlukan untuk menambah pengetahuan dan pemahaman mengenai metode *fast forward* yang nantinya digunakan untuk pengembangan teori pada sumur potensial berhingga. Adapaun literatur ini didapatkan baik dari buku, artikel, jurnal, maupun media elektronik terpercaya lainnya yang mendukung penelitian ini.
- b. Kajian literatur
Setelah mengumpulkan segala literatur yang dibutuhkan, literatur tersebut dikaji dengan baik sehingga peneliti bisa memahami dan menyimpulkan hasil dari kajian literature tersebut. Pada tahap ini, peneliti mengkaji persamaan Schroedinger dengan bantuan metode *fast forward*. Pada tahap ini juga peneliti akan menarik masalah yang akan dicari solusinya.
- c. Pengembangan teori
Setelah peneliti menentukan fokus yang akan dikembangkan pada tahap sebelumnya, peneliti melakukan pengembangan teori pada sistem kuantum dengan sumur potensial berhingga untuk mendapatkan fase adiabatik dan potensial tambahan dengan cara meninjau fungsi gelombangnya dengan persamaan Schroedinger menggunakan metode *fast forward*.
- d. Hasil dan pembahasan
Selanjutnya, pada tahap ini dilakukan perhitungan secara sistematis dengan metode *fast forward* berbantuan persamaan Schroedinger untuk mendapatkan fase adiabatik atau yang disimbolkan dengan θ dan mencari potensial adiabatik atau yang disimbolkan dengan \tilde{V} . Kemudian hasil perhitungan akan di cek menggunakan *software Wolfram Mathematica* untuk mengecek perhitungan apakah sudah benar atau belum.
- e. Kesimpulan
Terakhir, hasil dan pembahasan yang sudah dilakukan sebelumnya ditarik kesimpulannya untuk menjawab permasalahan yang sudah ditentukan sebelumnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Sumur Potensial

Sumur potensial merupakan suatu sistem kuantum yang memiliki potensial penghalang berbentuk sumur dengan syarat batas tertentu yang mana di dalamnya terdapat suatu partikel (Putra, 2019). Potensial penghalang merupakan penghalang gerak partikel yang mencegah partikel bertransmisi (Nugroho, 2019).

Setiap partikel yang berada dalam sumur potensial memiliki probabilitas sepanjang x dan waktu t , yang mana informasi mengenai partikel tersebut terangkum dalam fungsi gelombang (Putra, 2019). Kasus sumur potensial berhingga ini dapat diselesaikan dengan persamaan Schroedinger. Persamaan Schroedinger merupakan persamaan yang digunakan untuk menggambarkan sistem kuantum, terutama dalam menentukan energi eigen dan fungsi gelombang partikel yang berukuran mikroskopik atau atomistik (Luba et al., 2021).

Bentuk umum persamaan Schroedinger bergantung waktu yang digunakan untuk menggambarkan evolusi sistem kuantum seiring waktu adalah:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \quad (1)$$

Dengan

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V$$

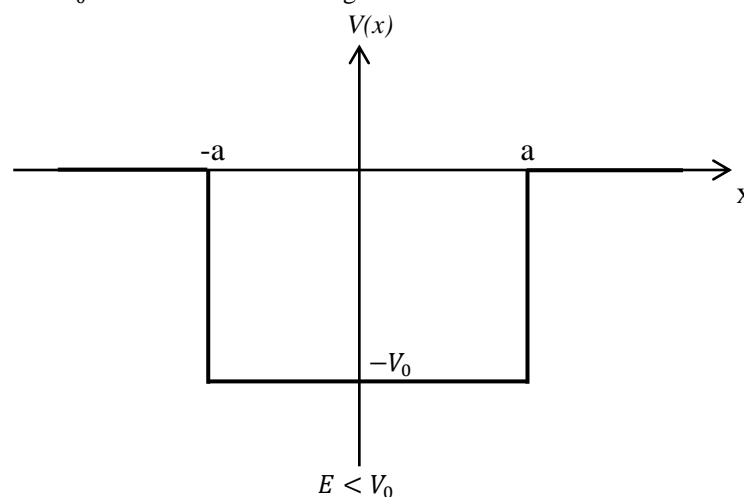
Sehingga persamaan 1 dapat ditulis sebagai berikut:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(x, t)}{dx^2} + V\Psi(x, t) \quad (2)$$

Sedangkan bentuk umum persamaan Schroedinger tidak bergantung waktu digunakan untuk mencari energi dan fungsi gelombang keadaan stasioner sistem kuantum adalah: (Hutagalung et al., 2022).

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (3)$$

Sumur potensial berhingga mempunyai dua kasus, yaitu keadaan terikat (dengan $E < 0$) dan keadaan hamburan (dengan $E > 0$). Setiap keadaan masing-masing mempunyai tiga daerah, yaitu daerah I dengan $x < -a$; daerah II dengan $-a < x < a$; dan daerah III dengan $x > a$. Pada penelitian ini difokuskan pada kasus keadaan terikat atau $E < V_0$. Berikut adalah bentuk grafik kedua kasus tersebut.



Gambar 2 Grafik potensial sumur berhingga

Nilai potensial masing-masing daerah pada potensial sumur berhingga disubstitusikan ke dalam persamaan Schroedinger. Persamaan Schroedinger untuk daerah $x < -a$ dan $x > a$, potensialnya bernilai 0, maka:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} = E\Psi \quad (4)$$

atau

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = \kappa^2 \Psi \quad (5)$$

Dimana

$$\kappa = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar} \quad (6)$$

Adapun untuk daerah $-a < x < a$, potensial $V(x) = -V_0$, maka persamaan Schroedingernya:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} - V_0\Psi = E\Psi \quad (7)$$

atau

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -l^2\Psi \quad (8)$$

dimana

$$l = \frac{\sqrt{2m(E+V_0)}}{\hbar} \quad (9)$$

dengan E merupakan energi sistem dan Ψ adalah fungsi gelombang sistem.

b. Fungsi Gelombang Adiabatik

Solusi Fungsi gelombang secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\Psi_n(x, t) = \psi_n(x)e^{-i\omega t} \quad (10)$$

Fungsi gelombang bergantung waktu pada persamaan Schroedinger yaitu:

$$\Psi_n(t) = \Psi_n(x, t)e^{-(i/\hbar)\int_0^t E_n dt} \quad (11)$$

Sedangkan fungsi gelombang bergantung posisi dan waktu:

$$\Psi_n(x, t) = \Psi_n(x, t)e^{-(i/\hbar)\int_0^t E_n(R(t)) dt} \quad (12)$$

Parameter t dimodifikasi menjadi R(t) untuk meninjau fungsi gelombang tersebut secara adiabatik, dengan:

$$R(t) = R_0 + \varepsilon t ; \varepsilon \ll 1 \quad (13)$$

dimana ε merupakan parameter adiabatik yang menyebabkan sistem bergerak lambat. Kemudian ditambahkan dengan θ yang merupakan fase regularisasi adiabatik dan \tilde{V} yaitu potensial tambahan. Hal ini dilakukan untuk memastikan bahwa partikel bergerak secara adiabatik. Sehingga fungsi gelombang teregularisasi dan potensial teregularisasi dapat ditulis: (Masuda dan Nakamura, 2010)

$$\Psi_n^{(reg)}(x, R(t)) = \Psi_n(x, R(t))e^{-(i/\hbar)\int_0^t E_n(R(t)) dt} e^{i\varepsilon\theta(x,t)} \quad (14)$$

$$V_0^{(reg)}(x, t) = V_0(x, R(t)) + \varepsilon\tilde{V}(x, t) \quad (15)$$

Persamaan (14) dan persamaan (15) disubstitusikan ke dalam persamaan Schroedinger sehingga menghasilkan persamaan Schroedinger fungsi real dan fungsi imajiner (Masuda dan Nakamura, 2010).

Real

$$|\psi_n|^2 \frac{d^2\theta}{dx} + 2Re \left[\psi_n \frac{d\psi_n^*}{dx} \right] \frac{d\theta}{dx} + \frac{2m_0}{\hbar} Re \left[\psi_n^* \frac{\partial\psi_n}{\partial R} \right] = 0 \quad (16)$$

Imajiner

$$\frac{\hbar}{m_0} \text{Im} \left(\psi_n^* \frac{d\psi_n}{dx} \right) \frac{d\theta}{dx} + \frac{\tilde{V}}{\hbar} |\psi_n|^2 + \text{Im} \left[\psi_n^* \frac{\partial\psi_n}{\partial R} \right] + \frac{d\theta}{dt} |\psi_n|^2 = 0 \quad (17)$$

Untuk mendapatkan persamaan umum fase adiabatik, fungsi yang ditinjau tidak hanya fungsi real atau persamaan (16) saja, melainkan fungsi imajiner atau persamaan (17) juga bisa ditinjau. Sehingga nilai θ dapat ditentukan karena tidak terdapat variabel lain yang harus didefinisikan terlebih dahulu. ψ_n tidak bergantung R, maka variabel yang mengandung R dianggap nol (0). Sehingga didapatkan persamaan umum fase adiabatik jika ditinjau berdasarkan fungsi real dan imajiner adalah:

Real:

$$\theta = A_n \int \frac{1}{|\psi_n|^2} dx \quad (18)$$

Imajiner:

$$\theta = \frac{A_n x}{|\psi_n|^2} \quad (19)$$

Sedangkan untuk potensial tambahan (\tilde{V}), dapat menggunakan fungsi imajiner karena fungsi imajiner mengandung \tilde{V} . Selain itu, karena fungsi gelombang fungsi imajiner tidak bergantung R, maka persamaan umum potensial tambahan menjadi:

$$\tilde{V}_n = -\frac{\hbar^2}{m_0} \text{Im} \left(\frac{1}{\psi_n} \frac{d\psi_n}{dx} \right) \frac{d\theta_n}{dx} \quad (20)$$

Namun, apabila fungsi gelombang merupakan fungsi real, maka potensial tambahan akan sama dengan nol, sehingga persamaan (17) dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$\frac{\tilde{V}}{\hbar} |\psi_n|^2 = 0 \quad (21)$$

Keterangan:

\hbar = Konstanta Planck

ψ = Fungsi gelombang bergantung posisi

Ψ = Fungsi gelombang bergantung posisi dan waktu

\tilde{V} = Potensial tambahan

θ = Fase teregularisasi

ε = Parameter adiabatik

$R(t)$ = Parameter t yang dimodifikasi

α = Konstanta positif

c. Potensial Sumur Berhingga Kasus $E < 0$

Fungsi gelombang pada sumur potensial berhingga pada kasus energi lebih kecil dari potensial penghalang, dapat dituliskan sebagai berikut: (Griffiths, 2004)

$$\psi_1 = Ae^{-\kappa x} + Be^{\kappa x} \quad x < -a \quad (22)$$

karena suku pertama menuju $x = -\infty$, sehingga A menjadi 0. Dengan begitu, persamaan umum $\Psi_1(x, t)$ menjadi:

$$\psi_1(x) = Be^{\kappa x} \quad x < -a \quad (23)$$

$$\psi_2(x) = C \sin(lx) + D \cos(lx) \quad -a < x < a \quad (24)$$

Untuk daerah $x > a$ potensial bernilai nol, maka fungsi gelombang secara umumnya yaitu:

$$\psi_3(x) = Fe^{-\kappa x} + Ge^{\kappa x} \quad x > a \quad (25)$$

karena suku kedua menuju $x = \infty$, sehingga G menjadi 0. Dengan begitu, persamaan umum $\Psi_3(x, t)$ menjadi:

$$\psi_3(x) = Fe^{-\kappa x} \quad x > a \quad (26)$$

Selanjutnya terapkan syarat batas Ψ dan $\frac{d\Psi}{dx}$ kontinu di $-a$ dan $+a$. Tetapi pada potensial ini merupakan fungsi genap, sehingga dapat diasumsikan secara umum bahwa penyelesaiannya adalah genap atau ganjil. Artinya, dengan hanya menerapkan kondisi batas pada salah satu sisi (katakanlah di $+a$), maka sisi lainnya akan otomatis karena $\psi(-x) = \pm \psi(x)$ (Griffiths, 2004). Notasi *sin/cos* memungkinkan untuk menerapkan hal tersebut, maka pada daerah ψ_2 *Sinnya* dihilangkan. Pada kondisi tereksitasi pertama, konstanta B diasumsikan sama dengan F.

$$\Psi(x) = \begin{cases} Fe^{-\kappa x}, & x > a \\ D \cos(lx), & 0 < x < a \\ Fe^{\kappa x}, & x < 0 \end{cases} \quad (27)$$

dengan menggunakan syarat batas kontinuitas $\Psi_3(x)|_{x=a} = \Psi_2(x)|_{x=a}$ dan $\frac{d\Psi_3}{dx}|_{x=a} = \frac{d\Psi_2}{dx}|_{x=a}$, maka

didapatkan hubungan antara konstanta F dan D sebagai berikut:

$$F = D e^{\kappa a} \cos(la) \quad (28)$$

Dan didapatkan pula dari kontinuitas tersebut:

$$\kappa = l \tan(la) \quad (29)$$

Untuk mengetahui konstanta D, maka dilakukan normalisasi fungsi gelombang pada persamaan (27), kemudian mensubstitusikan persamaan (28) dan (29) ke normalisasi fungsi gelombang.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1 \quad (30)$$

$$\int_{-\infty}^{-a} |Fe^{(\kappa x - i\omega t)}|^2 dx + \int_{-a}^a |D \cos(lx)|^2 dx + \int_a^{\infty} |Fe^{(-\kappa x - i\omega t)}|^2 dx = 1 \quad (31)$$

Sehingga didapatkan konstanta D sebagai berikut:

$$D = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} \quad (32)$$

Setelah mendapatkan konstanta-konstanta tersebut, maka fungsi gelombang pada persamaan (23), (24), dan (26) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Psi_1(x, t) = \frac{\cos(la)}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} e^{(\kappa a + \kappa x - i\omega t)} \quad (33)$$

$$\Psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} \cos(lx) \quad (34)$$

$$\Psi_3(x, t) = \frac{\cos(la)}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} e^{(\kappa a - \kappa x - i\omega t)} \quad (35)$$

Fase adiabatik tambahan (θ) didapatkan dengan mensubstitusikan fungsi gelombang ke persamaan (18). θ_1 didapatkan dengan mensubstitusikan persamaan (33), θ_2 didapatkan dengan mensubstitusikan persamaan (34), dan θ_3 didapatkan dengan mensubstitusikan persamaan (35). Maka fase adiabatik pada sumur potensial berhingga pada daerah $E < 0$ adalah sebagai berikut:

$$\theta_1 = -\frac{A_1 e^{-2\kappa a - 2\kappa x} \sec^2(la)}{2D^2\kappa} \quad (36)$$

$$\theta_2 = \frac{A_2(ak + 1)\tan(lx)}{kl} \quad (37)$$

$$\theta_3 = -\frac{A_3 e^{-2\kappa a + 2\kappa x} \sec^2(la)}{2D^2\kappa} \quad (38)$$

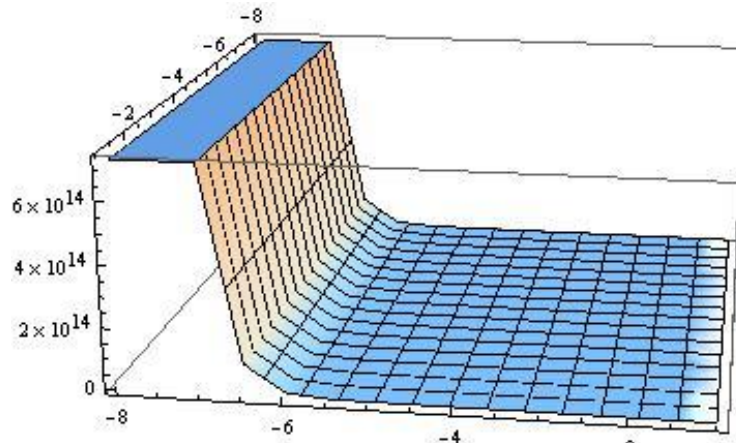
Setelah fase adiabatik didapatkan, maka fungsi gelombang adiabatik dapat dituliskan dengan mensubstitusikan fungsi gelombang pada persamaan (33), (34), dan (35), dan fase adiabatik pada persamaan (36), (37) dan (38) ke dalam persamaan (14) sebagai berikut:

$$\Psi_1^{(reg)}(x, R(t)) = \frac{\cos(la)}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} e^{(\kappa a + \kappa x - i\omega t)} e^{i\varepsilon\theta_1(x,t)} \quad (39)$$

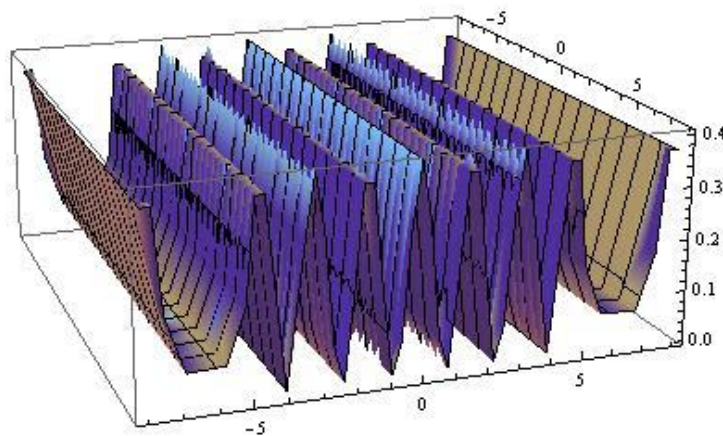
$$\Psi_2^{(reg)}(x, R(t)) = \frac{1}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} \cos(lx) e^{-i\omega t} e^{i\varepsilon\theta_2(x,t)} \quad (40)$$

$$\Psi_3^{(reg)}(x, R(t)) = \frac{\cos(la)}{\sqrt{a + \frac{1}{\kappa}}} e^{(\kappa a - \kappa x - i\omega t)} e^{i\varepsilon\theta_3(x,t)} \quad (41)$$

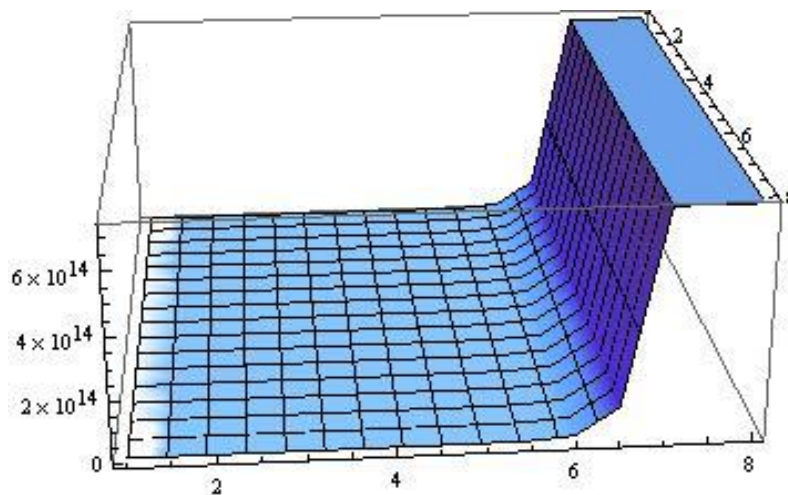
Fungsi gelombang tersebut dapat dilihat dalam bentuk grafik dengan cara mengkuadratkan fungsi gelombangnya. Berikut adalah grafik 3 dimensi fungsi gelombang ketiga daerah pada kasus $E < V$ menggunakan *software Wolfram Mathematica*.



Gambar 3. Grafik Fungsi Gelombang Adiabatik Daerah Pertama



Gambar 4. Grafik Fungsi Gelombang Adiabatik Daerah Kedua



Gambar 5. Grafik Fungsi Gelombang Adiabatik Daerah Ketiga

Grafik pada gambar 3 digambarkan dengan nilai x mulai dari -8 sampai -1, t dari -8 sampai -1, dan $a, l, \kappa,$ dan ω , dari -2 sampai 2. Pada gambar 4 digambarkan dengan nilai x mulai dari -8 sampai 8, t dari -8 sampai 8, dan $a, l, \kappa,$ dan ω , dari -2 sampai 2. Sedangkan gambar 5 digambarkan dengan nilai x mulai dari 1 sampai 8, t dari 1 sampai 8, dan $a, l, \kappa,$ dan ω , dari -2 sampai 2.

Potensial tambahan (\bar{V}) dapat dihitung dengan mensubstitusikan fungsi gelombang bergantung posisi ke persamaan (20). Adapun fungsi gelombang bergantung posisi ψ_1, ψ_2 dan ψ_3 bersifat real karena tidak

mengandung imajiner. Seperti yang dijelaskan pada persamaan (21) apabila fungsi gelombang bersifat real, maka potensial tambahan (\tilde{V}) bernilai nol. Sehingga :

$$\tilde{V}_1 = 0 \quad (42)$$

$$\tilde{V}_2 = 0 \quad (43)$$

$$\tilde{V}_3 = 0 \quad (44)$$

PENUTUP

Penelitian pada potensial sumur berhingga berfokus pada kasus energi penggerak lebih kecil daripada potensial penghalang atau $E < V_0$ telah dilakukan dan berhasil mendapatkan fase adiabatik (θ) pada semua daerah sesuai dengan persamaan (18) dan (19). Sedangkan potensial tambahan (\tilde{V}) bernilai nol karena pada kasus $E < V_0$, disetiap daerahnya merupakan fungsi gelombang yang bersifat real bukan fungsi gelombang dalam keadaan imajiner sesuai dengan persamaan (20) dan (21).

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Merdeka Belajar Kampus Merdeka (MBKM) Riset program studi Pendidikan Fisika Universitas Bengkulu yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk mengikuti MBKM Riset, sehingga penulis dapat menyelesaikan artikel ini dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Benggadinda, A., & Setiawan, I. (2021). Metoda Fast Forward Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Spin Tunggal. *JST (Jurnal Sains Dan Teknologi)*, 10(2), 274–280. <https://doi.org/https://doi.org/10.23887/jstundiksha.v10i2.39876>
- Chen, X., & Muga, J. G. (2010). Transient energy excitation in shortcuts to adiabaticity for the time-dependent harmonic oscillator. *Physical Review A-Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 82(5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.053403>
- Elisa, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2022). Energi Penggerak Untuk Mempercepat Kesetimbangan Gerak Brown Tereadam Sebagian (Underdamped). *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, 10(1), 21–33. <https://doi.org/https://doi.org/10.36706/jipf.v10i1.19240>
- Griffiths, D. J. (2004). *Quantum Mechanics (Second Edition)*. Pearson Prentice Hall
- Guéry-Odelin, D., Ruschhaupt, A., Kiely, A., Torrontegui, E., Martínez-Garaot, S., & Muga, J. G. (2019). Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications. *Reviews of Modern Physics*, 91(4). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.91.045001>
- Hutagalung, M.K., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Kajian Literatur Fase Adiabatik Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Osilator Harmonik. *Indonesian Journal Of Applied Physics*, 13(1). <https://doi.org/10.13057/ijap.v13i1.65252>
- Luba, C. S. U., Warsito, A., & Pingak, R. K. (2021) Kajian Komputasi Numerik Energi Eigen Elektron Dalam Sumur Potensial Berhingga. *Jurnal Fisika : Fisika Sains Dan Aplikasinya*, 6(1)
- Nugroho, C. I. W. (2019). Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC Dan GaAs [Universitas Jember]. <http://repository.unej.ac.id/handle/123456789/92947>
- Putra, Ruby Maulana. (2019). Studi Persamaan Klein Gordon pada Sumur Potensial Tak Terhingga dengan Dinding Bergerak. *Skripsi*, 66(3). UIN Maulana Malik Ibrahim. Malang.
- Rahmayani, H., Hidayati, & Razi, P. (2014). Perhitungan Tingkat Energi Sumur Potensial Keadaan Terikat Melalui Persamaan Schroedinger Menggunakan Metode Beda Hingga. *Pillar of physics*, 1, 17-24.
- Setiawan, I. (2019). Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat Pada Model Landau-Zener Dan Model Ising. *Jurnal Kumparan Fisika*, 2(1), 57. <https://doi.org/https://doi.org/10.33369/jkf.2.1.57-64>
- Setiawan, I. (2018). *Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat*. Institut Teknologi Bandung.

- Setiawan, I., Gunara, B. E., Avazbaev, S., & Nakamura, K. (2019). Fast-Forward Approach To Adiabatic Quantum Dynamics Of Regular Spin Clusters: Nature Of Geometry-Dependent Driving Interactions. *Physical Review A*, 99(6). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.062116>
- Zettili, N. (2009). *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. Wiley. <https://books.google.co.id/books?id=6jXlpJCSz98C>