Navigation Physics : Journal of Physics Education
Volume 5 Nomor 2 Desember 2023

Solusi Persamaan Differensial Orde Dua 2D pada Persamaan Gelombang Berbasis *Graphical User Interface* (GUI) MATLAB

Alpi Mahisha Nugraha[1*] dan Nurullaeli[2]
[1,2]Teknik Informatika, FTIK, Universitas Indraprasta PGRI Jakarta
*alpi.mahisha@gmail.com

Abstrak

Persamaan gelombang digambarkan dengan menggunakan persamaan differensial orde dua yang terkopel dengan fungsi dari posisi dan waktu. Persamaan ini dapat menjelaskan fenomena pada gelombang universal seperti pada gelombang berjalan dengan medium gelombang tali, gelombang air, dan lainnya. Dalam menyelesaikan persamaan gelombang diperlukan metode numerik mengingat bentuk umum persamaan gelombang merupakan persamaan differensial orde dua yang cukup rumit jika diselesaikan secara analitik. Disini, kami menyelesaikan persamaan umum dari persamaan gelombang dengan metode numerik dan menyajikan solusinya ke dalam bentuk *Graphical User Interface* (GUI) MATLAB, untuk memudahkan pengguna dalam menganalisa fenomena gelombang yang merupakan fungsi posisi dan waktu.

Kata kunci: Persamaan differensial orde dua, Persamaan gelombang, GUI MATLAB .

Abstract

The wave equation is depicted using a second-order differential equation coupled with functions of position and time. This equation can elucidate phenomena in universal waves such as those in propagating waves through mediums like a wave on a string, water, and others. Solving the wave equation necessitates numerical methods, given that the general form of the wave equation entails a second-order differential equation that is quite intricate when solved analytically. In this research, we resolve the general form of the wave equation through numerical method and present its solutions in the form of a Graphical User Interface (GUI) in MATLAB, aiming to facilitate users in analyzing wave phenomena, which are functions of position and time.

Keywords: Second-order differential, Wave equation, GUI MATLAB

PENDAHULUAN

Gelombang merupakan fenomena fisika yang sering kita jumpai di kehidupan sehari-hari, baik gelombang yang tampak seperti gelombang air laut yang bervariasi sesuai siklusnya (Kurniawan et al., 2011), gelombang tali atau gelombang berjalan (Al Faruq et al., 2014), bahkan gelombang yang seolah-olah tidak tampak seperti gelombang suara, gelombang elektromagnetik dan lainnya. Sejatinya gelombang adalah getaran yang menjalar sehingga gelombang memiliki persamaan umum yang merupakan fungsi dari posisi dan waktu. Persamaan tersebut berupa:

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

dengan c^2 berbanding terbalik dengan kecepatan dari gelombang tersebut. Mengingat bentuk persamaan gelombang yang cukup sulit untuk diselesaikan dengan metode analitik, sehingga beberapa tenaga pendidik bahkan berpendapat untuk menggunakan model numerik dalam penyelesaiannya (Jumadin & Hidayat, 2017) sejalan dengan rumitnya bentuk persamaan dari U(x,t) dengan U(x,t) mengindikasikan simpangan dari gelombang.

Tenaga pendidik atau pengajar seringkali melakukan inisiatif dalam media pembelajaran yang menarik perhatian siswa agar konsep fenomena fisika tetap tersampaikan dan kondisi kelas tetap kondusif dan menyenangkan, salah satunya adalah ketika penjelasan fenomena gelombang. Tidak sedikit pengajar yang melakukan pembelajaran yang diikuti dengan evaluasi dalam bentuk kuis melalui quizziz (Yana et al., 2020) agar siswa lebih nyaman dalam mengerjakan soal dan memahami pembelajaran. Namun tidak dipungkiri pemahaman gelombang untuk tingkat lanjut seperti di kelas perkuliahan yang dialami mahasiswa memang cukup rumit karena bentuk persamaan umum dari persamaan gelombang seperti pada persamaan (1) cukup sulit untuk dipahami.

Penyelesaian persamaan gelombang ini dapat dengan jelas memaparkan pendekatan dari fenomena alam seperti gelombang laut yang sederhana (Ridlo et al., 2021) bahkan hingga pemodelan gelombang tsunami yang dapat kita simulasikan dengan pndekatan metode numerik (Palupi et al., 2018). Penggunaan metode numerik memang seringkali menjadi alternatif dalam menyelesaikan persamaan matematika yang cukup rumit karena terbukti *powerfull*. Setiap persamaan matematika mungkin akan memiliki bentuk persamaan numerik yang berbeda bergantung pada jenis atau bentuk persamaannya, Salah satunya seperti pendekatan Homotopy Asimtotic untuk menyelesaikan persamaan gelombang fraksional nonlinear (Fikri et al., 2020), penyelesaian persamaan gelombang dengan metode d'Alembert (Demang & Noviani, 2013), atau pun metode numerik beda hingga atau *finite difference* dengan skema ekplisit CTCS (Chasanah et al., 2021) dan metode numerik lainnya. Banyaknya metode numerik menunjukkan bahwa perkembangan masih tetap dilakukan agar penyelesaian persamaan matematika yang rumit dapat diselesaikan dengan efisien dan efektif.

Disini peneliti akan menyelesaikan persamaan umum gelombang dengan metode numerik *finite difference* menggunakan MATLAB, kemudian solusi tersebut akan disajikan dalam bentuk *Graphical User Interface* (GUI) agar pengguna dapat dengan mudah menyesuiakan persamaan gelombang yang diinginkan agar mendapatkan hasil yang sesuai. Penyajian menggunakan MATLAB menjadi pembaharuan daripada penelitian-penelitian sebelumnya meskipun penggunaan metode numerik yang dilakukan sama (Syafii & Alghazali, 2022) atau hanya melakukan penyelesaian persamaan untuk satu dimensi saja (Noor et al., 2019).

METODE PENELITIAN

Persamaan gelombang berupa persamaan differensial orde dua yang merupakan fungsi posisi dan waktu yang terkopel satu sama lainnya. Persamaan (1) merupakan persamaan umum dari persamaan gelombang baik persamaan gelombang mekanik atau pun gelombang elektromagnetik. Pada penelitian ini, kami menyelesaikan persamaan gelombang menjadi bentuk persamaan numerik *finite difference* dengan dua dimensi yakni posisi (x) dan waktu (t) seperti berikut:

$$\frac{U_{i,j+1}-2U_{i,j}+U_{i,j-1}}{k^2} = c^2\,\frac{U_{i+1,j}-2U_{i,j}+U_{i-1,j}}{h^2} \tag{2}$$

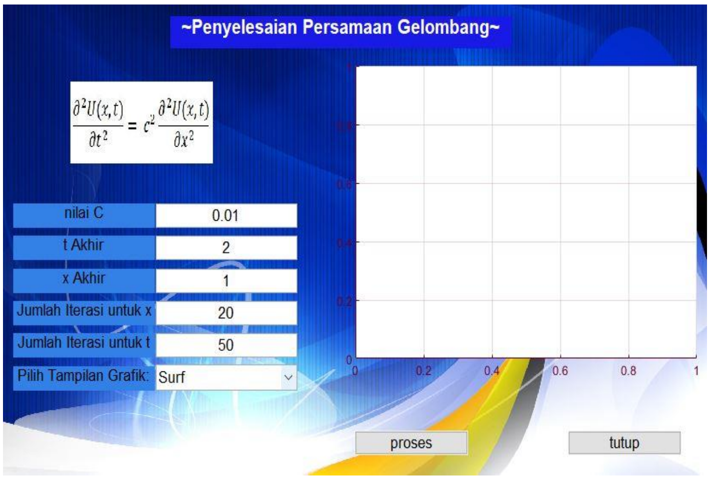
dengan indeks i dan j adalah indeks iterasi untuk tiap perubahan posisi dan waktu. Sedangkan k dan h berturut-turut adalah perubahan nilai posisi dan waktu. Perhitungan solusi U(x,t) berdasarkan persamaan (2), memerlukan input kondisi simpangan gelombang awal U(x,0) dan kecepatan awal simpangan gelombang Ut(x,0). Selain itu, input yang diperlukan adalah posisi dan waktu akhir beserta jumlah iterasi yang akan digunakan.

Persamaan numerik tersebut diselesaikan dengan menggunakan program MATLAB dan disajikan dan bentuk *Graphical User Interface* (GUI) untuk memudahkan pengguna. Penggunaan MATLAB bertujuan agar program atau sintak yang dibuat tidak terlalu rumit dan mudah dipahami. Peniliti selain membuat program MATLAB sebagai GUI, dalam perhitungan nilai U(x,t) peneliti menggunakan fungsi feval yang merupakan fungsi bawaan MATLAB yang dapat mengolah nilai dengan file matlab yang berbeda. Peneliti men-*design* program kesuluruhan menjadi empat file

MATLAB, yakni 1) program windows GUI, 2) program perhitungan nilai U(x,t), 3) program fungsi f(x) atau kondisi simpangan awal yang dapat berupa fungsi, dan 4) program fungsi g(x) yang merupakan kondisi awal kecepatan gelombang yang dapat disesuiakan juga. Output dari GUI merupakan grafik berupa *contour* atau *surf* 2 dimensi sehingga visualisasi gelombang yang timbul lebih mudah untuk dipahami.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode numerik yang beragam menjadi kebebasan tersendiri peneliti dalam menyelesaikan persamaan atau persoalan matematika. Persamaan umum gelombang seperti pada persamaan (1) dapat diselesaikan dengan banyak metode numerik, seperti penggunaan metode numerik runge kutta dengan syarat batas dirichlet (Enkekes & Mardianto, 2022) ataupun neunmann (Utomo, 2016). Pada penelitian metode numerik yang digunakan adalah penggunaan metode beda hingga atau *finite difference*. Tampilan Graphical User Interface (GUI) yang dirancang peneliti dapat diihat pada Gambar 1, GUI yang dihasilkan berupa aplikasi penyelesaian persamaan umum gelombang dengan input tertentu. Input yang diperlukan adalah nilai dari c, dimana c^2 memiliki korelasi berbading terbalik dengan kecepatan gelombang. Artinya semakin besar nilai c maka kecepatan gelombang semakin lambat. Sehingga untuk



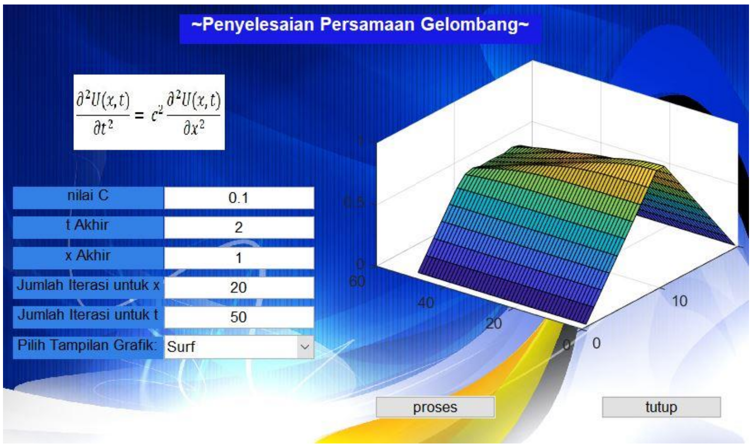
Gambar 1. Tampilan awal GUI

gelombang dengan kecepatan yang sangat lambat umumnya GUI tidak akan menghasilkan output bentuk gelombang. Selain nilai c, diperlukan juga nilai jarak maksimal, waktu maksimal, jumlah iterasi jarak dan jumlah iterasi waktu. Jumlah iterasi ini akan digunakan untuk jumlah cacahan atau kenaikan dari jarak atau waktu. Semakin besar iterasi maka cacahan jarak atau waktu yang dihitung semakin banyak dengan durasi yang semakin pendek atau sebentar. Selain kelima isian tersebut, pengguna dapat menyesuiakan tampilan grafik sesuai kehendak dengan popup menu berupa *surf* atau *contour*.

Output berupa grafik akan muncul setelah pengguna menekan tombol proses. Contoh hasil output dapat dilihat pada Gambar 2, dengan input c, waktu akhir, jarak akhir, jumlah iterasi jarak, dan jumlah iterasi waktu berturut-turut adalah 0.1 dengan satuan internasional, 2 meter, 1 sekon, 20 satuan, dan 50 satuan. Pada sumbu jarak memperlihatkan simpangan gelombang awal muncul dibagian tengah dan menurun untuk bagian tepinya, hal ini dikarenakan fungsi f(x) atau kondisi U(x,0) yang dipergunakan adalah persamaan

$$f(x) = 2x\ ; 0 < x < 0{,}5$$
$$f(x) = 2 - 2x; x \leq 0\ , x \geq 0{,}5 \qquad (3)$$

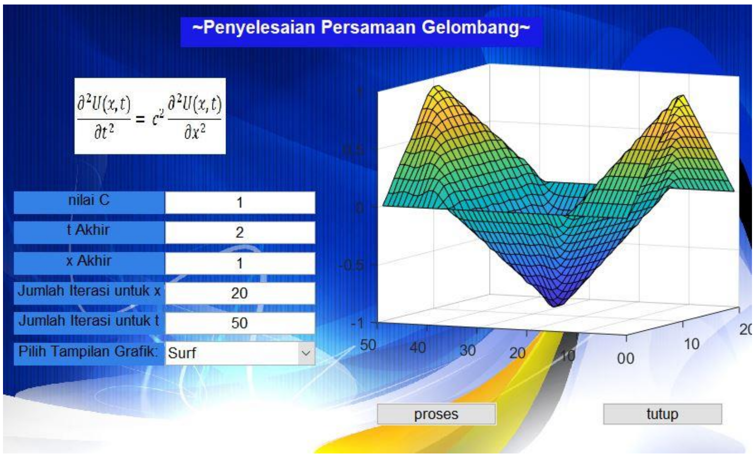
sedangkan fungsi untuk g(x) atau Ut(x,0) adalah 0, yang artinya gelombang berawal dari keadaan diam. Dengan fungsi f(x) sebagai fungsi "pembangkit" gelombang, maka metode numerik dapat menentukan nilai-nilai simpangan gelombang pada kondisi sekelilingnya terlebih dahulu (kondisi awal dan akhir). Kondisi-kondisi seperti ini dapat disesuaikan dengan kebetuhan attau keinginan dari pengguna GUI, dan perbedaan fungsi tentu saja akan mengakibatkan output yang berbeda juga. Pada umumnya, jika kita mempelajari fenomena gelombang kita akan menhadapi bentuk solusi sinusoidal, cosinus atau lainnya. Namun disini peneliti menggunakan fungsi pembangkit berupa persamaan linear untuk untuk menunjukkan bentuk hasil gelombang yang terlihat laiaknya



Gambar 2. Contoh perhitungan dengan nilai c=0.1

gelombang menjalar.

Pada Gambar 3, terlihat kondisi batas yang sama untuk waktu akhir, jarak akhir, jumlah iterasi jarak, dan jumlah iterasi waktu. Namun berbeda untuk nilai c yakni 1 satuan, 10 kali lipat dari nilai c pada Gambar 2. Artinya kecepatan gelombang jauh lebih lambat dari kondisi sebelumnya, terlihat gelombang yang terbentuk ditepian memiliki kondisi yang sama dengan Gambar 2, namun karena gelombang memiliki kecepatan yang lambat atau energi yang kecil, sehingga gelombang menyentuh kondisi lembah lebih cepat dibanding kondisi pada Gambar 2 dan kemudian kembali lagi keadaan kondisi awal. Mengingat persamaan gelombang yang merupakan getaran menjalar pada umumnya merupakan gerakan partikel yang berulang atau naik-turun.



Gambar 3. Contoh perhitungan dengan nilai c=1

Sesuai dengan metode penelitian yang dibuat, peneliti merancang GUI MATLAB dengan 4 file .m MATLAB, untuk perhitungan numerik persamaan gelombangnya sebagai berikut:

```
function U = persamaan_gelombang(fx,gx,a,b,c,n,m)
h=a/(n-1);
k=b/(m-1);
r=c*k/h;
s1=1-r^2;
s2=2-2*r^2;
```

```
U=zeros(n,m);
%menghitung nilai pada kolom satu dan 2
for i=2:n-1
   U(i,1)=feval(fx,h*(i-1)); %untuk kolom 1
   U(i,2)=s1*feval(fx,h*(i-1))+k*feval(gx,h*(i-1))+r^2./2*(feval(fx,h*i)+feval(fx,h*(i-2)));
end

for j=3:m
   for i=2:(n-1)
      U(i,j)=s2*U(i,j-1)+r^2*(U(i-1,j-1)+U(i+1,j-1))-U(i,j-2);
   end
end
U=U';
```

cukup sederhana untuk metode numerik yang cukup rumit sebenarnya. Hal ini dikarenakan kami menggunakan *package* bawaan MATLAB fungsi feval yang dapat memanggil fungsi f(x) dan g(x) sesuai isian fungsi yang diinginkan oleh pengguna. Sayangnya pada penilitian ini, peneliti tidak melakukan uji akurasi mengingat persamaan yang diujikan sebenarnya dapat diganti sesuai pengguna, dan memliki tingkat kerumitan yang cukup tinggi jika diselesaikan dengan metode analitik. Mungkin jika hanya satu dimensi dan persamaan pembangkit gelombang cukup sederhana dapat dilakukan (Sitompul & Siahaan, 2022), namun tidak untuk disini.

Lebih jauhnya penyelesaian solusi persamaan gelombang menggunakan metode numerik dapat dipergunakan untuk keperluan lebih lanjut selain untuk media pembelajaran di kelas. Seperti simulasi dampak adanya penghalang pinggir pantai untuk menahan gelombang air tsunami dan lainnya, sehingga penelitian pada topik ini masih memiliki daya tarik tersendiri mengingat fenomena fisika lainnya dapat di analogikan dengan persamaan matematika, meskipun persamaan merupakan persamaan yang rumit, kita dapat menyelesaikan dan menghasilkan solusi tersebut dengan metode numerik. Namun semakin kompleks fenomena tersebut membutuhkan Analisa metode numerik yang lebih sulit juga.

PENUTUP

Penggunaan metode numerik *finite difference* atau beda hingga menjadi salah satu alternatif metode numerik yang dapat menyelesaikan persamaan umum gelombang dengan cukup efisien dan efektif. Penyajian solusi persamaan dalam bentuk *Graphical User Interface* (GUI) berbasis MATLAB yang dirancang dapat mempermudah pengguna karena fungsi simpangan dan kecepatan awal dapat disesuaikan dengan kebutuhan pengguna yang dapat diisi pada program f(x) dan g(x). Persamaan gelombang yang rumit menjadi lebih visualis dan mudah dipahami jika kita melihat output dari GUI yang dihasilkan. Pengguna juga dapt memilih grafik outpu yang dibutuhkan baik *contour* atau *surf*.

Persamaan umum gelombang yang rumit dapat didekati dengan banyak metode numerik, keterbatasan penelitian yang hanya menggunakan metode numerik *finite difference* menjadi salah satu kekurangan pada penilitian ini, peniliti mengharapkan adanya pengembangan program untuk penelitian selanjutnya dengan menggunakan pendekatan numerik lainnya sehingga kita dapat membandingkan metode numerik mana yang dapat mencapai efisiensi dan efektifitas sesuai fungsi gelombang dengan kondisi awal yang bermacam-macam.

DAFTAR PUSTAKA

Al Faruq, F., Said L, M., & Hernawati. (2014). Simulasi Gelombang Berjalan dengan Menggunakan Software MATLAB Versi 7.14. *JFT*, *1*, 18–27.

Chasanah, A. N., Jamhuri, M., & Alisah, E. (2021). Solusi Numerik Persamaan Gelombang Dua Dimensi Dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit CTCS. *Jurnal Riset Mahasiswa Matematika*, *1*(1), 14–22.

Demang, H., & Noviani, E. (2013). Penyelesaian Persamaan Gelombang dengan Metode d'Alembert. *Bulletin Ilmiah Mat. Stat. Dan …*, *02*(1), 1–6. http://zacoeb.lecture.ub.ac.id/files/2014/10/d-allembert-ok.pdf

Enkekes, Y. B., & Mardianto, L. (2022). Metode Runge-Kutta Orde 4 Dalam Penyelesaian Persamaan Gelombang 1D Syarat Batas Dirichlet. *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, *2*(1), 1. https://doi.org/10.35472/indojam.v2i1.489

Fikri, F., Djauhari, E., & Rusyaman, E. (2020). Solusi Pendekatan Persamaan Gelombang Fraksional Non Linear Menggunakan New Version of Optimal Homotopy Asymptotic Method. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, *14*(4), 523–534. https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp523-534

Jumadin, L., & Hidayat, A. (2017). Perlunya Pembelajaran Modeeling Instruction pada materi Gelombang. *Jurnal*

Pendidikan: Teori, Penelioti, Dan Pengembangan, *2*(3), 325–330. http://journal.um.ac.id/index.php/jptpp/
Kurniawan, R., Habibie, M. N., & Suratno, S. (2011). Variasi Bulanan Gelombang Laut Di Indonesia. *Jurnal Meteorologi Dan Geofisika*, *12*(3), 221–232. https://doi.org/10.31172/jmg.v12i3.104
Noor, A. A., Putri, A. R., & Syafwan, M. (2019). Solusi Analitik Dan Numerik Suatu Persamaan Gelombang Satu Dimensi. *Jurnal Matematika UNAND*, *8*(4), 1. https://doi.org/10.25077/jmu.8.4.1-8.2019
Palupi, I. R., Raharjo, W., Wibowo, E., & Hamdalah, H. (2018). Pemodelan Tsunami Sederhana dengan Menggunakan Persamaan Differensial Parsial. *Indonesian Journal of Applied Physics*, *8*(1), 26. https://doi.org/10.13057/ijap.v8i1.16284
Ridlo, Z. R., Afafa, L., Ulfa, E. M., Dewi, M. A. P., & Maimuna, S. (2021). Analisis Gelombang Air Laut dengan Menggunakan Pemodelan Berbasis Matlab. *Cgant Journal of Mathematics and Applications*, *2*(2). https://doi.org/10.25037/cgantjma.v2i2.68
Sitompul, H. A., & Siahaan, E. (2022). Akurasi Solusi Numerik Pada Persamaan Gelombang Berdimensi-Satu. *Jurnal Penelitian Fisikawan*, *5*, 54–63.
Syafii, M., & Alghazali, M. R. (2022). Hampiran Solusi Persamaan Gelombang Dua Dimensi Dengan Pendekatan Finite Difference. *JOSTECH: Journal of Science and Technology*, *2*(1), 23–30. https://doi.org/10.15548/jostech.v2i1.3760
Utomo, R. B. (2016). Persamaan Differensial Parsial Gelombang Homogen Pada Selang R dengan Syarat Batas Diirichlet dan Neunmann. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, *2*(2), 56–66.
Yana, A. U., Antasari, L., & Kurniawan, B. R. (2020). Analisis Pemahaman Konsep Gelombang Mekanik Melalui Aplikasi Online Quizizz. *Jurnal Pendidikan Sains Indonesia*, *7*(2), 143–152. https://doi.org/10.24815/jpsi.v7i2.14284