

Analisis Fase Tambahan, Potensial Tambahan, dan Rapat Arus Adiabatik Sistem Kuantum Dengan Potensial Tangga

Dini Syafitri^{1*}, Iwan Setiawan², dan Dedy Hamdani³

^{1,2,3}Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Bengkulu

* E-mail: syafitridini01@gmail.com

Abstrak

Dasar penelitian ini merupakan kajian teori fisika secara kuantitatif dengan cara melakukan kajian literatur. Penelitian ini mengembangkan metode *fast-forward* dengan batasan sampai pada penentuan keadaan adiabatik dari sistem potensial tangga dengan menggunakan persamaan Schrödinger. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan fase tambahan, potensial tambahan, dan rapat arus adiabatik pada sistem kuantum dengan potensial tangga pada kasus energi lebih besar dari pada potensial penghalang dan energi lebih kecil dari pada potensial penghalang. Metode *fast-forward* pertama kali diperkenalkan oleh Masuda dan Nakamura yang bertujuan untuk mempertahankan karakteristik partikel dan mempercepat gerak partikel ketika dipindahkan. Hasil yang didapatkan pada penelitian ini yaitu masing-masing kasus memiliki nilai fase tambahan, potensial tambahan dan rapat arus adiabatik. Namun, potensial tambahan tidak berlaku untuk fungsi gelombang yang bersifat real yaitu pada kasus energi lebih kecil dari pada potensial penghalang pada daerah kedua.

Kata kunci: Adiabatik; *Fast-forward*; Potensial Tangga; Sistem Kuantum

Abstract

The foundation of this research is a quantitative analysis of physical theory through a literature review. The study devised an expedited approach that includes constraints for determining the adiabatic state of the potential system of stairs using the Schrödinger equation. This study aims to investigate the additional phase, potential, and adiabatic current density in quantum systems subjected to a step potential for energies that are greater than or less than the barrier potential. Masuda and Nakamura first introduced the fast-forward method, which aims to expedite particle motion while preserving its unique properties. The study results indicate that all cases have supplementary phase values, potential, and adiabatic current density. Please note that technical term abbreviations will be explained when first used. Nonetheless, the additional potential is irrelevant to the actual wave function in cases where the energy is lower than the barrier potential in the second region.

Keywords: Adiabatic; *Fast-forward*; Step Potential; Quantum System

PENDAHULUAN

Kemajuan teknologi saat ini telah mampu menghasilkan produk yang optimal dalam waktu yang singkat. Salah satu hal yang sangat penting dalam kehidupan manusia adalah kecepatan. Dalam bidang pembuatan produk kecepatan sangat penting untuk efisiensi waktu, tenaga dan biaya. Cara untuk mempersingkat waktu produksi yaitu dengan optimalisasi dan manipulasi beberapa variabel tersebut (Benggadinda & Setiawan, 2021). Semakin singkat waktu yang dibutuhkan maka akan diperoleh

keuntungan yang lebih besar. Dengan demikian, dapat dikatakan kecepatan merupakan parameter kesuksesan sebuah teknologi.

Masalah yang sering terjadi pada proses produksi pembuatan suatu produk baik pada skala makroskopik maupun mikroskopik adalah waktu yang kurang efisien, yang mengakibatkan biaya dan tenaga yang dikeluarkan cukup besar. Untuk mengatasi masalah tersebut dibutuhkan metode untuk mempercepat proses produksi tanpa mengurangi kualitas produk. Proses mempersingkat waktu produksi juga dapat dilakukan dalam dunia mikroskopik, contohnya dalam pembuatan piranti elektronik. Benda-benda mikroskopik merupakan berbagai objek yang berukuran sangat kecil tak kasat mata, contohnya elektron, proton, atom, dan lain sebagainya (Aini, 2020; Hutagalung et al., 2023). Teori kuantum mengatakan pengamatan yang dilakukan terhadap benda mikroskopik berdampak pada kerusakan sistem fungsi gelombang (Pebralia, 2020). Fenomena dari teori kuantum ini juga dipelajari dalam mata pelajaran fisika dan merupakan salah satu materi esensial dalam pelajaran fisika (Putri et al., 2020).

Proses adiabatik adalah proses dimana parameter luar dari sistem Hamiltonian berubah secara adiabatik (Masuda & Nakamura, 2011). Proses dalam dunia kuantum yang bertujuan untuk mempertahankan karakteristik setiap tingkat energi disebut proses adiabatik (Elisa et al., 2022). Contoh penerapan dinamika kuantum adiabatik yaitu pada proses pemindahan elektron tanpa merubah karakteristik elektron tersebut (Benggadinda & Setiawan, 2021). Proses optimalisasi dan manipulasi dalam dunia mikroskopik sangat sensitif. Interaksi dengan lingkungan akan menimbulkan perubahan karakteristik sistem, sehingga proses pemindahan dan manipulasi elektron perlu mempertahankan karakteristik dari elektron tersebut. Konsep untuk mempertahankan karakteristik elektron ketika dipindahkan disebut sebagai konsep adiabatik. Namun, konsep adiabatik membutuhkan waktu yang lama untuk mencapai titik akhir agar karakteristik elektron tidak berubah. Dalam dinamika kuantum adiabatik fungsi gelombang dimodifikasi dalam bentuk fungsi gelombang adiabatik. Fungsi gelombang adiabatik adalah fungsi gelombang yang bergantung pada parameter adiabatik (ϵ) yang nilainya sangat kecil dan juga bergantung pada fase adiabatik (θ) (Setiawan, 2018).

Dalam mekanika kuantum terdapat proses adiabatik yang tujuannya untuk memberikan jalan pintas menuju adiabatisitas (Chen & Muga, 2010). Terdapat dua metode untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik, yaitu metode *fast-forward* dan metode *shortcuts to adiabaticity* (Guéry-Odelin et al., 2019; Ainayah et al., 2022). Metode *fast-forward* adalah metode untuk mengaplikasikan potensi penggerak (Masuda & Nakamura, 2010a). Metode *fast-forward* merupakan metode untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik tanpa merubah karakteristiknya (Babajanova et al., 2018). Metode ini diusulkan oleh Masuda dan Nakamura pada tahun 2010. Hasil penelitian tersebut didapatkan fase tambahan fungsi gelombang untuk mempersingkat waktu pada dinamika kuantum (Benggadinda & Setiawan, 2021). Melalui penelitian tersebut didapatkan solusi untuk melakukan transportasi adiabatik dengan cepat dan ideal tanpa meninggalkan gangguan (Masuda & Nakamura, 2010c). Pada metode *fast-forward* terdapat tambahan regularisasi pada parameter Hamiltonian (Setiawan et al., 2019). Sedangkan metode *shortcuts to adiabaticity* atau disingkat dengan STA adalah metode untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik yang pertama kali diusulkan oleh Goalo Muga, Xi Chen, dan juga Del campo (Del Campo, 2013; Torrontegui et al., 2012; Guéry-Odelin et al., 2019; Elisa et al., 2022).

Metode *fast-forward* pada penelitian ini dikembangkan menggunakan persamaan Schrödinger. Persamaan diferensial parsial berorde dua yang digunakan untuk melakukan analisis perilaku dualisme gelombang partikel yang berasal dari hukum kekekalan energi dan asas yang sesuai dengan hipotesis De Broglie disebut dengan persamaan Schrödinger (Naimah, 2019). Persamaan Schrödinger merupakan landasan dari mekanika kuantum (Zettili, 2009). Cabang ilmu fisika yang membahas masalah fisika dengan pola aljabar dan analitik disebut dengan mekanika kuantum (Gupta et al., 2019).

Pada sistem kuantum dapat ditinjau sistem dengan berbagai model atau bentuk potensial, salah satunya pada potensial tangga. Potensial tangga adalah salah satu analisis dinamika fluks partikel yang massanya konstan dan bergerak dengan kecepatan konstan dari kiri ke kanan (Zettili, 2009). Dalam potensial tangga terdapat fungsi gelombang yang dapat ditentukan dengan bantuan persamaan Schrödinger. Potensial tangga memiliki dua kasus, yaitu energi partikel lebih besar dari potensial penghalang dan energi partikel lebih kecil dari pada potensial penghalang.

Fokus utama penelitian ini adalah menentukan fase tambahan dan rapat arus adiabatik pada sistem kuantum dengan potensial tangga. Fase adiabatik merupakan fase yang dapat mempertahankan adiabatisitas sistem kuantum tanpa mengganggu karakteristik dan sifatnya (Hutagalung et al., 2023).

Persamaan Potensial tambahan didapatkan melalui potensial Hamiltonian yang teregularisasi (Masuda & Nakamura, 2010b). Fase adiabatik yang telah didapatkan, digunakan untuk menentukan potensial tambahan dan rapat arus adiabatik potensial tangga. Melalui rapat arus adiabatik dapat ditentukan pula koefisien refleksi dan koefisien transmisi adiabatik potensial tangga.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan teori kuantitatif untuk melakukan pengembangan penelitian fisika. Metode penelitian yang dipilih dalam melakukan riset ini yaitu studi literatur terkait pengembangan metode *fast-forward* yang sebelumnya telah dikembangkan oleh Masuda dan Nakamura. Riset ini dilakukan mulai awal bulan Agustus sampai bulan November 2023. Prosedur penelitian ini terdiri atas lima tahap, yaitu sebagai berikut:



Gambar 1. Langkah-Langkah Penelitian

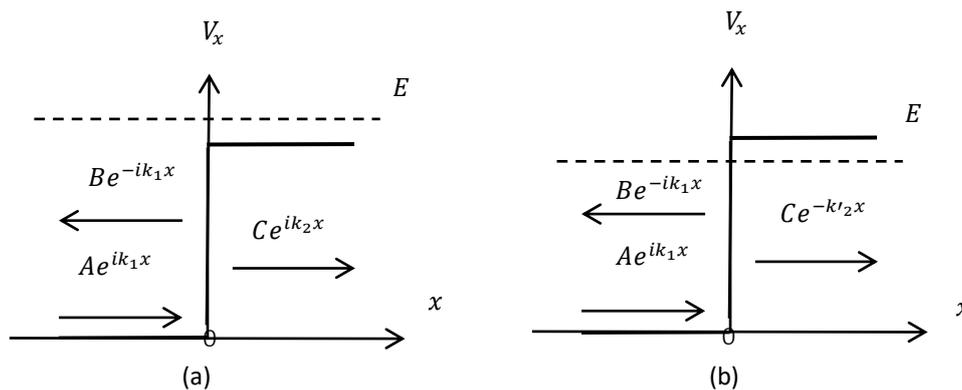
- a. Pengumpulan literatur
Pada tahap awal telah dilakukan pengumpulan berbagai literatur terkait metode *fast-forward* sebagai bahan untuk melakukan kajian teori. Literatur yang diambil berupa buku, jurnal, dan media elektronik yang sesuai dengan penelitian dan dapat mendukung penelitian ini.
- b. Kajian literatur
Pada tahap ini, literatur yang sudah dikumpulkan dikaji dengan seksama hingga peneliti mampu menyimpulkan literatur yang telah dikaji. Tahap ini sangat penting untuk memudahkan peneliti saat mengembangkan teori pada metode *fast-forward*.
- c. Pengembangan teori
Fokus utama yang telah ditentukan pada tahap sebelumnya dikembangkan menggunakan metode *fast-forward* dengan bantuan persamaan Schrödinger .
- d. Hasil
Pada tahap ini, dilakukan perhitungan secara sistematis menggunakan metode *fast-forward* dengan bantuan persamaan Schrödinger .
- e. Kesimpulan
Hasil perhitungan yang telah didapatkan pada tahap sebelumnya dirangkum dalam bagian kesimpulan dengan tujuan untuk menjawab masalah yang telah ditentukan pada penelitian ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Potensial tangga adalah suatu kasus partikel yang memiliki massa m dan bergerak dari daerah pertama ke daerah kedua (Sani & Kadri, 2022). Pada potensial tangga terdapat potensial penghalang yang dapat mencegah partikel untuk menembus atau disebut juga sebagai penghalang gerak partikel. Potensial tangga memiliki dua kasus, yaitu kasus energi partikel lebih besar dari pada potensial penghalang dan energi partikel lebih kecil dari pada potensial penghalang. Potensial penghalang adalah penghalang gerak partikel yang mencegah partikel bertransmisi (Nugroho, 2019). Kasus potensial tangga dapat diselesaikan menggunakan persamaan Schrödinger. Persamaan Schrödinger merupakan persamaan yang mampu mendeskripsikan perubahan fungsi gelombang dalam sistem kuantum termasuk potensial tangga. Kedua kasus potensial tangga memiliki nilai potensial sebagai berikut:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Sehingga kedua kasus tersebut dapat digambarkan dalam bentuk grafik berikut ini:



Gambar 2. Grafik Potensial tangga (a) Potensial tangga pada kasus $E > V$ (b) Potensial tangga pada kasus $E < V$ (Zettili, 2009).

Metode *fast-forward* mampu mempercepat dinamika kuantum adiabatik tanpa merubah karakteristik partikel, sehingga proses adiabatik dapat semakin cepat dan tidak terjadi gangguan dalam sistem kuantum. Metode *fast-forward* juga dapat diterapkan dalam Potensial tangga dengan cara menentukan fase tambahan adiabatiknya. Fase tambahan adiabatik inilah yang mampu mempertahankan karakteristik partikel dalam dinamika kuantum adiabatik.

Fungsi gelombang bergantung waktu dituliskan sebagai berikut (Griffiths, 2004):

$$\Psi_n(x, t) = \psi_n(x)e^{-i\omega t} \quad (2)$$

Frekuensi sudut (ω) memiliki hubungan dengan energi (E) yaitu $\omega = \frac{E}{\hbar}$, sehingga persamaan (2) dapat dituliskan sebagai berikut (Hutagalung et al., 2023).

$$\Psi_n(x, t) = \psi_n(x, t)e^{-(i/\hbar) \int_0^t E_n dt} \quad (3)$$

Dalam kasus potensial tangga, fungsi gelombang dari kedua kasus disubstitusikan ke dalam persamaan Schrödinger bergantung waktu. Berikut ini persamaan Schrödinger bergantung waktu.

$$i\hbar \frac{d\Psi_n(x, t)}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_n(x, t)}{dx^2} + V_0\Psi_n(x, t) \quad (4)$$

Persamaan (4) merupakan persamaan Schrödinger yang didapatkan melalui separasi variabel persamaan Schrödinger tak bergantung waktu. Persamaan Schrödinger tak bergantung waktu dapat dituliskan sebagai berikut:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi_n(x)}{dx^2} + V_0 \psi_n(x) = E_n\psi_n(x) \quad (5)$$

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Masuda dan Nakamura fungsi gelombang dan potensial bergantung waktu dapat diregularisasi dengan cara memodifikasi parameter t menjadi $R(t)$.

$$R(t) = R_0 + \varepsilon t \quad (6)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \varepsilon \quad (7)$$

$$\varepsilon \ll 1 \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan (7) dan (8) parameter adiabatik (ε) merupakan hasil diferensial antara laju perubahan adiabatik ($R(t)$) terhadap waktu yang nilainya sangat kecil. Untuk memastikan partikel bergerak secara adiabatik fungsi gelombang ditambah dengan fase tambahan (θ) dan potensial ditambah dengan potensial tambahan (\tilde{V}), sehingga fungsi gelombang teregularisasi dan potensial teregularisasi dapat ditulis sebagai berikut.

$$\Psi_n^{(reg)}(x, R(t)) = \psi_n(x, R(t)) e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E_n(R(t)) dt} e^{i\varepsilon\theta(x,t)} \quad (9)$$

$$V_0^{(reg)}(x, R(t)) = V_0(x, R(t)) + \varepsilon\tilde{V}(x, t) \quad (10)$$

Fungsi gelombang bergantung waktu yang diregularisasi dan potensial teregularisasi disubstitusikan ke dalam persamaan Schrödinger sehingga menghasilkan dua persamaan Schrödinger, yaitu persamaan Schrödinger dengan fungsi real dan fungsi imajiner (Masuda & Nakamura, 2010a).

Fungsi real

$$|\psi_n|^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + 2Re \left[\psi_n \frac{\partial \psi_n^*}{\partial x} \right] \frac{d\theta}{dx} + \frac{2m_0}{\hbar} Re \left[\psi_n \frac{\partial \psi_n^*}{\partial R} \right] = 0 \quad (11)$$

Fungsi Imajiner

$$\frac{\hbar}{m_0} Im \left(\psi_n^* \frac{\partial \psi_n}{\partial x} \right) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\tilde{V}}{\hbar} |\psi_n|^2 + Im \left[\psi_n^* \frac{\partial \psi_n}{\partial R} \right] + \frac{\partial \theta}{\partial t} |\psi_n|^2 = 0 \quad (12)$$

Persamaan umum fase tambahan adiabatik dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (11) karena θ tidak hanya ditinjau dengan fungsi real saja, sehingga nilai θ dapat ditentukan meskipun ψ_n bersifat imajiner dan di dalam persamaan (11) tidak ada variabel lain yang harus didefinisikan terlebih dahulu. Setiap suku yang bergantung R akan bernilai 0, karena fungsi gelombang yang digunakan bergantung R . Berikut persamaan umum fase adiabatik jika fungsi gelombang merupakan fungsi imajiner.

$$\theta_n = \frac{C_n x}{|\psi_n|^2} \quad (13)$$

Berikut persamaan umum fase adiabatik jika fungsi gelombang merupakan fungsi real.

$$\theta_n = C_n \int \frac{1}{|\psi_n|^2} dx \quad (14)$$

C_n pada persamaan umum fase tambahan merupakan konstanta dari hasil integral. Untuk menentukan persamaan umum potensial tambahan adiabatik, digunakan persamaan (12) karena variabel \tilde{V} ada dipersamaan (12). Fungsi gelombang yang ditinjau adalah fungsi gelombang tak bergantung waktu, sehingga suku yang bergantung R dan t bernilai 0. Sesuai dengan persamaan (12) fungsi gelombang tak bergantung waktu hanya berlaku untuk fungsi gelombang dalam keadaan imajiner. Berikut ini persamaan umum potensial tambahan.

$$\tilde{V}_n = -\frac{\hbar^2}{m_0} Im \left(\frac{1}{\psi_n} \frac{d\psi_n}{dx} \right) \frac{d\theta_n}{dx} \quad (15)$$

Rapat arus adiabatik (J), Refleksi (R) dan Transmisi (T) dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut: (Zettili, 2009).

$$J = \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi^{(reg)}(x, R(t)) \frac{d\Psi^{(reg)*}(x, R(t))}{dx} - \Psi^{(reg)*}(x, R(t)) \frac{d\Psi^{(reg)}(x, R(t))}{dx} \right) \quad (16)$$

$$R_1 = \frac{|J_{pantul}|}{|J_{masuk}|} \quad (17)$$

$$T_1 = \frac{|J_{lewat}|}{|J_{masuk}|} \quad (18)$$

Potensial Tangga $E > V$

Fungsi gelombang potensial tangga pada kasus energi lebih besar dari pada potensial penghalang dapat dituliskan sebagai berikut (Zettili, 2009).

$$\Psi_1(x, t) = (Ae^{i(k_1x-\omega t)} + Be^{-i(k_1x+\omega t)}) \quad (x < 0) \quad (19)$$

$$\Psi_2(x, t) = (Ce^{i(k_2x-\omega t)}) \quad (x \geq 0) \quad (20)$$

Dengan menggunakan syarat batas $\psi_1(x)|_{x=0} = \psi_2(x)|_{x=0}$ dan $\frac{d\psi_1(x)}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{d\psi_2(x)}{dx}\Big|_{x=0}$ didapatkan hubungan antara A, B, dan C, sebagai berikut:

$$B = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A \quad (21)$$

$$C = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} A \quad (22)$$

Sehingga fungsi gelombang pada persamaan (19) dan (20) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\Psi_1(x, t) = \left(Ae^{i(k_1x-\omega t)} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} Ae^{-i(k_1x+\omega t)} \right) \quad (23)$$

$$\Psi_2(x, t) = \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} Ae^{i(k_2x-\omega t)} \right) \quad (24)$$

Fase tambahan adiabatik daerah pertama dan daerah kedua dapat ditentukan dengan cara menyubstitusikan nilai ψ_n (fungsi gelombang tak bergantung waktu) ke dalam persamaan (13), karena ψ_n merupakan fungsi imajiner. Persamaan (23) digunakan untuk menentukan fase tambahan daerah pertama (θ_1) dan persamaan (24) untuk fase tambahan daerah kedua (θ_2). Sehingga didapatkan hasil sebagai berikut.

$$\theta_1 = \frac{C_1 x}{A^2 \left(1 + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{2i(k_1x)} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-2i(k_1x)} + \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \right)} \quad (25)$$

$$\theta_2 = \frac{C_2 (k_1 + k_2)^2 x}{4A^2 k_1^2} \quad (26)$$

Fungsi gelombang adiabatik kasus $E > V$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\Psi_1^{(reg)}(x, R(t)) = \left(Ae^{i(k_1x-\omega t)} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-i(k_1x-\omega t)} \right) e^{i\varepsilon\theta_1(x,t)} \quad (27)$$

$$\Psi_2^{(reg)}(x, R(t)) = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} Ae^{i(k_2x-\omega t)} e^{i\varepsilon\theta_2(x,t)} \quad (28)$$

Untuk menentukan grafik amplitudo daerah pertama, maka perlu dihitung nilai amplitudonya. Nilai amplitudo daerah pertama dapat ditulis sebagai berikut.

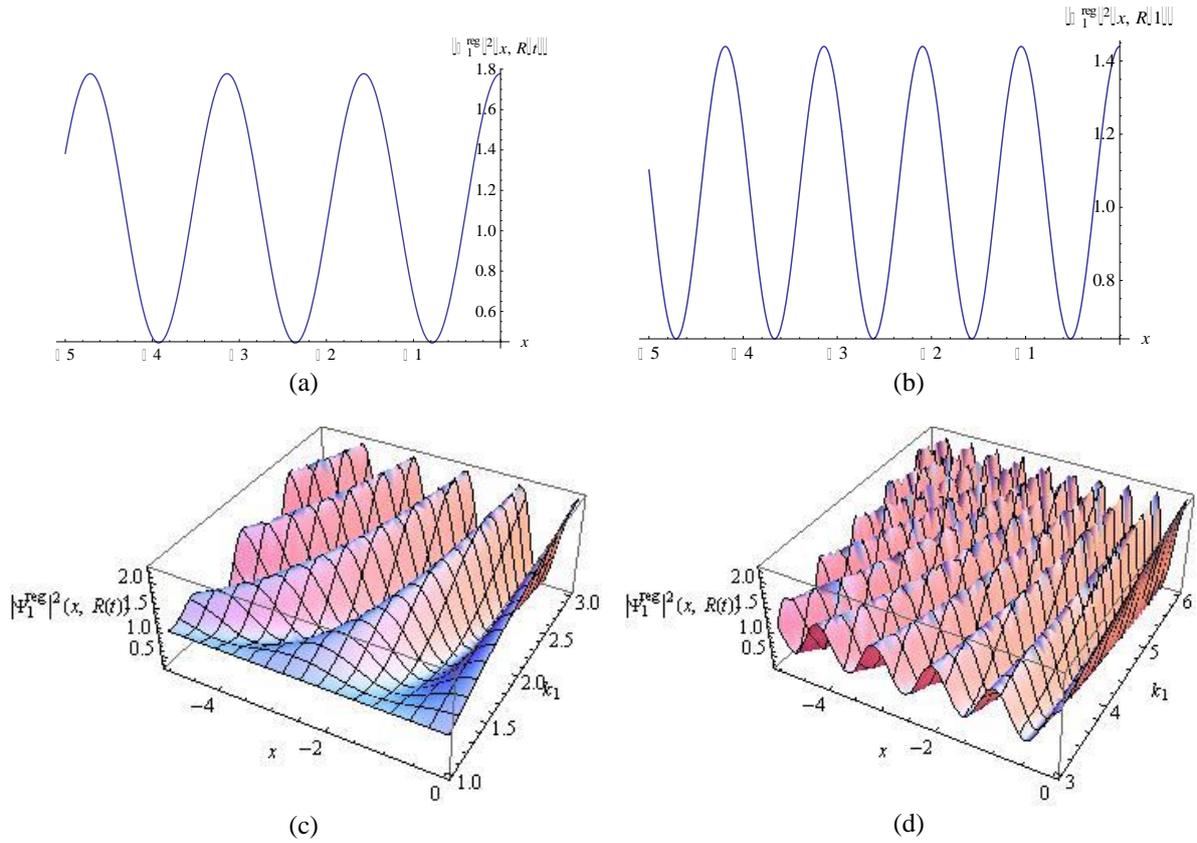
$$|\Psi_1^{(reg)}(x, R(t))|^2 = A^2 \left(1 + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{2i(k_1x)} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-2i(k_1x)} + \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \right) \quad (29)$$

Dengan nilai dari k_1 dan k_2 sebagai berikut.

$$k_1 = \frac{\sqrt{2m_0E}}{\hbar} \quad (30)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m_0(E - V_0)}}{\hbar} \quad (31)$$

Simbol k yang dimaksud dalam persamaan (29) merupakan bilangan gelombang. Berdasarkan persamaan (30) dan (31), nilai dari k_2 akan lebih kecil dari pada k_1 karena energi dikurangkan dengan potensial penghalang sebesar V_0 . Berdasarkan persamaan (29) grafik amplitudo daerah pertama dapat digambarkan dalam bentuk grafik 2 dimensi dan grafik 3 dimensi.



Gambar 3. Grafik fungsi gelombang adiabatik daerah pertama pada kasus $E > V$

Keempat grafik pada Gambar 3. digambarkan dengan nilai x mulai dari -5 sampai 0, nilai $A=1$ dan dengan nilai bilangan gelombang yang bervariasi. Grafik 2 dimensi (a) digambarkan dengan nilai $k_1 = 2, k_2 = 1$. Grafik 2 dimensi (b) digambarkan dengan nilai $k_1 = 3, k_2 = 2$. Grafik 3 dimensi bagian (c) digambarkan dengan nilai $k_2 = 1$ dan k_1 mulai dari 1 sampai 3. Grafik 3 dimensi bagian (d) digambarkan dengan nilai $k_2 = 2, k_1$ mulai dari 3 sampai 6. Berdasarkan grafik dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai bilangan gelombang maka jumlah gelombang yang dihasilkan semakin banyak.

Potensial tambahan adiabatik daerah pertama dapat ditentukan dengan menyubstitusi masing-masing nilai ψ_n ke dalam persamaan (15). Dengan memisalkan $\frac{d\theta_1}{dx} = \alpha_1$ dan $\frac{d\theta_2}{dx} = \beta_1$, maka didapatkan has

$$\tilde{V}_1 = -\frac{\hbar^2}{m_0} \text{Im} \left(\frac{ik_1 \alpha_1 (e^{ik_1 x} - \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-ik_1 x})}{e^{ik_1 x} + \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} e^{-ik_1 x}} \right) \quad (32)$$

$$\tilde{V}_2 = -\frac{\hbar^2}{m_0} \text{Im}(ik_2) \beta_1 \quad (33)$$

Untuk menentukan rapat arus adiabatik, perlu didefinisikan masing-masing arus adiabatik terlebih dahulu. Berikut arus adiabatik pada masing-masing keadaan:

$$\Psi^{(reg)}_{masuk}(x, R(t)) = A e^{i(k_1 x - \omega t)} e^{i\varepsilon \theta_1(x,t)} \quad (34)$$

$$\Psi^{(reg)}_{pantul}(x, R(t)) = B e^{-i(k_1 x + \omega t)} e^{i\varepsilon \theta_1(x,t)} \quad (35)$$

$$\Psi^{(reg)}_{lewat}(x, R(t)) = C e^{i(k_2 x - \omega t)} e^{i\varepsilon \theta_2(x,t)} \quad (36)$$

Dengan menggunakan persamaan (16) masing-masing rapat arus dapat ditentukan sebagai berikut :

$$J_{masuk} = \frac{\hbar}{m} |A|^2 (k_1 + \varepsilon \alpha_1) \quad (37)$$

$$J_{pantul} = \frac{\hbar}{m} |A|^2 \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 (-k_1 + \varepsilon \alpha_1) \quad (38)$$

$$J_{\text{lewat}} = \frac{\hbar}{m} |A|^2 \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} \right)^2 (k_2 + \varepsilon\beta_1) \quad (39)$$

Substitusikan masing-masing rapat arus ke persamaan (17) untuk menentukan refleksi dan persamaan (18) untuk menentukan transmisi dengan diketahui nilai dari $\frac{k_2}{k_1} = K = \sqrt{1 - V_0/E}$ (Zettili, 2009).

$$R_1 = \frac{(1 - \sqrt{1 - V_0/E})^2 (k_1 - \varepsilon\alpha_1)}{(1 + \sqrt{1 - V_0/E})^2 (k_1 + \varepsilon\alpha_1)} \quad (40)$$

$$T_1 = \frac{4 (k_2 + \varepsilon\beta_1)}{(1 + \sqrt{1 - V_0/E})^2 (k_2 + \varepsilon\alpha_1)} \quad (41)$$

Potensial Tangga $E < V$

Fungsi gelombang potensial tangga pada kasus energi lebih kecil dari pada potensial penghalang dapat ditulis sebagai berikut (Zettili, 2009).

$$\Psi'_1(x, t) = Ae^{i(k_1x - \omega t)} + Be^{-i(k_1x + \omega t)} \quad (x < 0) \quad (42)$$

$$\Psi'_2(x, t) = Ce^{-k'_2x - i\omega t} \quad (x \geq 0) \quad (43)$$

Dengan menggunakan syarat batas $\psi'_1(x)|_{x=0} = \psi'_2(x)|_{x=0}$ dan $\frac{d\psi'_1(x)}{dx}|_{x=0} = \frac{d\psi'_2(x)}{dx}|_{x=0}$ didapatkan hubungan antara A, B, dan C, sebagai berikut.

$$B = \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} A \quad (44)$$

$$C = \frac{2k_1}{k_1 + ik'_2} A \quad (45)$$

Sehingga fungsi gelombang pada persamaan (42) dan (43) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\Psi'_1(x, t) = Ae^{i(k_1x - \omega t)} + \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} Ae^{-i(k_1x + \omega t)} \quad (46)$$

$$\Psi'_2(x, t) = \frac{2k_1}{k_1 + ik'_2} A e^{-k'_2x - i\omega t} \quad (47)$$

Nilai θ'_1 dapat ditentukan dengan cara mensubstitusikan nilai ψ'_1 (fungsi gelombang tak bergantung waktu) ke persamaan (13) karna ψ'_1 bersifat imajiner. Nilai θ'_2 dapat ditentukan dengan cara mensubstitusikan nilai ψ'_2 (fungsi gelombang tak bergantung waktu) ke persamaan (14) karena ψ'_2 bersifat real.

$$\theta'_1 = \frac{C'_1 x}{\frac{k_1 + ik'_2}{k_1 - ik'_2} Ae^{2ik_1x} + \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} Ae^{-2ik_1x} + 2A} \quad (48)$$

$$\theta'_2 = \frac{C'_2 (k_1^2 + k'^2_2)}{8Ak_1^2 k'_2} e^{2k'_2x} \quad (49)$$

Fungsi gelombang adiabatik dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Psi'^1_{(reg)}(x, t, R(t)) = Ae^{i(k_1x - \omega t)} + \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} Ae^{-i(k_1x + \omega t)} e^{i\varepsilon\theta'_2(x,t)} \quad (50)$$

$$\Psi'^2_{(reg)}(x, t, R(t)) = \frac{2k_1}{k_1 + ik'_2} Ae^{-k'_2x - i\omega t} e^{i\varepsilon\theta'_2(x,t)} \quad (51)$$

Grafik amplitudo dapat ditentukan dengan menghitung nilai amplitudo. Berikut nilai amplitudo dari daerah pertama kasus energi lebih besar dari pada potensial pengharlang.

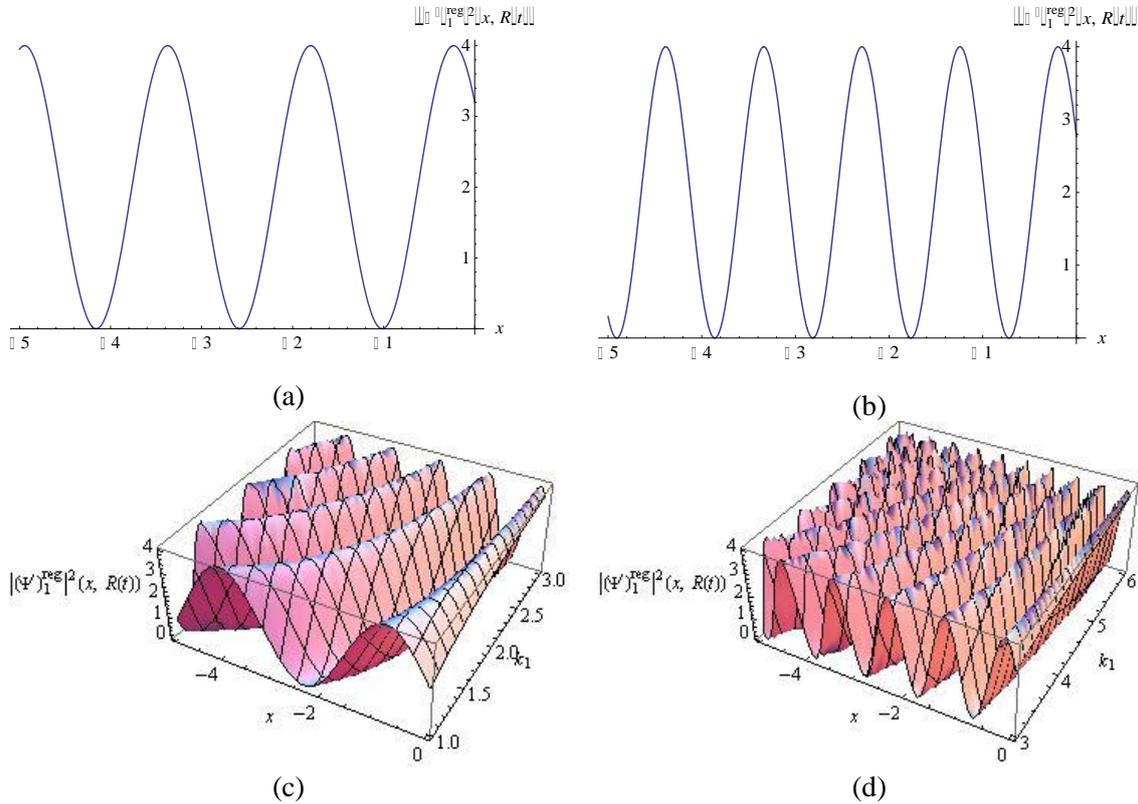
$$\left| \Psi'^1_{(reg)}(x, t, R(t)) \right|^2 = A^2 \left(\frac{k_1 + ik'_2}{k_1 - ik'_2} e^{2ik_1x} + \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} e^{-2ik_1x} + 2 \right) \quad (52)$$

Dengan nilai dari k_1 dan k_2 sebagai berikut

$$k_1 = \frac{\sqrt{2m_0E}}{\hbar} \quad (53)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m_0(V_0 - E)}}{\hbar} \quad (54)$$

Simbol k yang dimaksud dalam persamaan (52) merupakan bilangan gelombang. Berdasarkan persamaan (53) dan (54) nilai dari k_2 akan lebih kecil dari pada k_1 karena akan dikurangkan dengan potensial penghalang sebesar V_0 . Berdasarkan persamaan (52) grafik amplitudo daerah pertama dapat digambarkan dalam bentuk grafik 2 dimensi dan grafik 3 dimensi.



Gambar 4. Grafik fungsi gelombang adiabatik daerah pertama pada kasus $E < V$

Gambar 4. merupakan hasil plot dari amplitudo daerah pertama. Keempat grafik pada gambar 3 digambarkan dengan nilai x mulai dari -5 sampai 0, nilai $A=1$ dan dengan nilai bilangan gelombang yang bervariasi. Grafik 2 dimensi (a) digambarkan dengan nilai $k_1 = 2, k_2 = 1$. Grafik 2 (b) digambarkan dengan nilai $k_1 = 3, k_2 = 2$. Grafik 3 dimensi bagian (c) digambarkan dengan nilai $k_2 = 1$ dan k_1 mulai dari 1 sampai 3. Grafik 3 dimensi bagian (d) di gambarkan dengan nilai $k_2 = 2$ dan k_1 mulai dari 3 sampai 6. Berdasarkan grafik dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai bilangan gelombang maka jumlah gelombang yang dihasilkan semakin banyak. Berikut hasil plot dari amplitudo daerah pertama kasus energi lebih kecil dari pada potensial penghalang.

Potensial tambahan adiabatik daerah pertama dapat ditentukan dengan menyubstitusi nilai ψ'_1 dalam persamaan (15). Untuk potensial tambahan adiabatik daerah kedua bernilai 0 karena fungsi gelombangnya merupakan fungsi real.

Berikut hasil turunan fungsi gelombang dan fase tambahan adiabatik dengan memisalkan $\frac{d\theta'_1}{dx} = \alpha_2$.

$$\tilde{V}'_1 = \frac{\hbar^2}{m_0} \text{Im} \left(\frac{ik_1 \alpha_2 \left(e^{ik_1 x} - \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} e^{-ik_1 x} \right)}{e^{i(k_1 x)} + \frac{k_1 - ik'_2}{k_1 + ik'_2} e^{-i(k_1 x)}} \right) \quad (55)$$

Untuk menentukan rapat arus, perlu didefinisikan terlebih dahulu masing-masing arus pada setiap keadaan. Berikut arus adiabatik pada masing-masing keadaan:

$$\Psi^{(reg)}_{masuk}(x, R(t)) = A e^{i(k_1 x - \omega t)} e^{i\epsilon \theta'_1(x,t)} \quad (56)$$

$$\Psi'^{(reg)}_{pantul}(x, R(t)) = B e^{-i(k_1 x + \omega t)} e^{i\varepsilon \theta'_1(x,t)} \quad (57)$$

$$\Psi'^{(reg)}_{lewat}(x, R(t)) = C e^{(-k'_2 x - i\omega t)} e^{i\varepsilon \theta'_2(x,t)} \quad (58)$$

Dengan menggunakan persamaan (16) masing-masing rapat arus dapat ditentukan dengan memisalkan $\frac{d\theta'_1}{dx} = \alpha_2$ dan $\frac{d\theta'_2}{dx} = \beta_2$ sebagai berikut :

$$J'_{masuk} = \frac{\hbar}{m} |A|^2 (k_1 + \varepsilon \alpha_2) \quad (59)$$

$$J'_{pantul} = \frac{\hbar}{m} (|B|^2 (-k_1 + \varepsilon \alpha_2)) \quad (60)$$

$$J'_{lewat} = \frac{\hbar}{m} |C|^2 \varepsilon \beta_2 e^{-2k'_2 x} \quad (61)$$

Substitusikan masing-masing rapat arus ke persamaan (17) untuk menentukan nilai refleksi dan substitusikan masing-masing arus ke persamaan (18) untuk menentukan transmisi.

$$R_2 = \frac{(-k_1 + \varepsilon \alpha_2)}{(k_1 + \varepsilon \alpha_2)} \quad (62)$$

PENUTUP

Penelitian ini telah berhasil menentukan hasil dari fase tambahan, potensial tambahan dan rapat arus adiabatik pada potensial tangga. Fase tambahan dan arus dapat didefinisikan pada semua daerah, sedangkan potensial tambahan tidak dapat didefinisikan pada semua daerah. Potensial tambahan hanya berlaku pada fungsi gelombang dalam keadaan imajiner, sehingga pada kasus $E < V$ daerah kedua, potensial tambahan tidak dapat didefinisikan. Pada kasus $E > V$ atau energi penggerak lebih besar daripada potensial penghalang didapatkan fase tambahan (θ) sesuai persamaan (25) dan (26), potensial tambahan (\tilde{V}) sesuai persamaan (32) dan (33), dan rapat arus (J) sesuai persamaan (37), (38), dan (39). Pada kasus $E < V$ atau energi penggerak lebih kecil dari pada potensial penghalang didapatkan fase tambahan (θ') sesuai persamaan (48) dan (49), potensial tambahan (\tilde{V}') sesuai persamaan (55) dan rapat arus (J') sesuai persamaan (59), (60), dan (61).

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Tim MBKM (Merdeka Belajar Kampus Merdeka) Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Bengkulu yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menjadi salah satu peserta MBKM Riset, sehingga penulis dapat menyusun dan menyelesaikan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Ainayah, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2022). Methods To Accelerate Equilibrium In Overdamped Brownian Motion. *Jurnal Pendidikan Fisika Dan Keilmuan (JPFK)*, 8(2), 212–225. <https://doi.org/10.25273/jpfb.v8i2.13626>
- Aini, N. R. (2020). *SEJARAH PERKEMBANGAN FISIKA (KUANTUM) DARI KLASIK HINGGA MODERN*. 4(3), 57–71. <https://doi.org/https://doi.org/10.13140/RG.2.2.17085.08160>
- Babajanova, G., Matrasulov, J., & Nakamura, K. (2018). Quantum gas in the fast forward scheme of adiabatically expanding cavities: Force and equation of state. *Physical Review E*, 97(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.042104>
- Benggadinda, A., & Setiawan, I. (2021). Metoda Fast Forward Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Spin Tunggal. *JST (Jurnal Sains Dan Teknologi)*, 10(2), 274–280. <https://doi.org/https://doi.org/10.23887/jstundiksha.v10i2.39876>
- Chen, X., & Muga, J. G. (2010). Transient energy excitation in shortcuts to adiabaticity for the time-dependent harmonic oscillator. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 82(5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.053403>

- Del Campo, A. (2013). Shortcuts to adiabaticity by counterdiabatic driving. *Physical Review Letters*, 111(10). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.100502>
- Elisa, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2022). Energi Penggerak Untuk Mempercepat Kesetimbangan Gerak Brown Teredam Sebagian (Underdamped). *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, 10(1), 21–33. <https://doi.org/https://doi.org/10.36706/jipf.v10i1.19240>
- Griffiths, D. J. (2004). *Quantum Mechanics* (Second Edition). Pearson Prentice Hall.
- Guéry-Odelin, D., Ruschhaupt, A., Kiely, A., Torrontegui, E., Martínez-Garaot, S., & Muga, J. G. (2019). Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications. *Reviews of Modern Physics*, 91(4). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.91.045001>
- Gupta, R., Singhal, T., & Verma, D. (2019). Quantum mechanical reflection and transmission coefficients for a particle through a one-dimensional vertical step potential. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, 8(11), 2882–2886. <https://doi.org/10.35940/ijitee.K2424.0981119>
- Hutagalung, M., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Kajian Literatur Fase Adiabatik Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Osilator Harmonik. *Indonesian Journal of Applied Physics (IJAP)*, 13(1), 106–116. <https://doi.org/https://doi.org/10.13057/ijap.v12i2.65252>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2010a). Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2116), 1135–1154. <https://doi.org/10.1098/rspa.2009.0446>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2010b). Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2116), 1135–1154. <https://doi.org/10.1098/rspa.2009.0446>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2010c). *Fast-forward of quantum adiabatic dynamics in electro-magnetic field*. 1–25. <http://arxiv.org/abs/1004.4108>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2011). Acceleration of adiabatic quantum dynamics in electromagnetic fields. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 84(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.043434>
- Naimah, N. (2019). *Nilai Ekspetasi Atom Deuterium (dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger)*. <http://repository.unej.ac.id/handle/123456789/92714>
- Nugroho, C. I. W. (2019). *Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC Dan GaAs* [Universitas Jember]. <http://repository.unej.ac.id/handle/123456789/92947>
- Pebralia, J. (2020). Prinsip Ketidakpastian Heisenberg Dalam Tinjauan Kemajuan Pengukuran Kuantum Di Abad 21. *Journal Online Of Physics*, (2020), 5(2) 43–47. <https://doi.org/https://doi.org/10.22437/jop.v5i2.9049>
- Putri, B. S., Desnita, Asrizal, & Darvina, Y. (2020). Analisis Sajian Buku Teks Pelajaran Untuk Memfasilitasi Keterlaksanaan Keterampilan Proses Sains Pada Pembelajaran Fisika Kelas Xii Semester 2. *Physics Education*, 13(1), 129–136.
- Sani, R. A., & Kadri, M. (2022). *Fisika Kuantum*. Bumi Aksara.
- Setiawan, I. (2018). *Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat*. Institut Teknologi Bandung.
- Setiawan, I., Gunara, B. E., Avazbaev, S., & Nakamura, K. (2019). Fast-forward approach to adiabatic quantum dynamics of regular spin clusters: Nature of geometry-dependent driving interactions. *Physical Review A*, 99(6). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.062116>
- Torrontegui, E., Martínez-Garaot, S., Ruschhaupt, A., & Muga, J. G. (2012). Shortcuts to adiabaticity: Fast-forward approach. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 86(1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.013601>
- Zettili, N. (2009). *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. Wiley.