

Penerapan Metode Minor-Kofaktor Matrik Bujursangkar Orde-3 dalam Aturan Cramer pada Penyelesaian Soal Rangkaian Listrik DC 2-Loop

Ratih Wahyudianti¹, Bambang Supriadi^{1*}, Maryani¹

¹Universitas Jember

*E-mail: bambangsupriadi.fkip@unej.ac.id

Abstrak

Pemahaman akan konsep-konsep fisika tidak dapat dipisahkan dengan penggunaan persamaan matematika, seperti pada materi rangkaian listrik DC 2-loop. Hukum Kirchoff I dan II dalam rangkaian listrik DC 2-loop menghasilkan 3 persamaan linier 3 variabel. Substitusi-eliminasi adalah metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier dengan variabel $n \leq 3$. Aturan Cramer adalah persamaan matematika yang cukup efektif dalam menyelesaikan persamaan linier dengan variabel $n \geq 3$ secara analitis. Metode minor kofaktor adalah salah satu metode untuk menentukan nilai matriks bujursangkar berorde $n \geq 3$, yaitu dengan menjumlahkan hasil perkalian elemen pada baris atau kolom dengan kofaktor yang sesuai. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan arus listrik dalam rangkaian listrik DC 2-loop dengan aturan Cramer $I_1 = \frac{\det P_1}{\det P}$; $I_2 = \frac{\det P_2}{\det P}$; dan $I_3 = \frac{\det P_n}{\det P}$ berbantuan metode minor kofaktor. Dari hasil angket pada mahasiswa tahun pertama didapatkan respon positif sebesar 62,77%. Jadi aturan Cramer berbantuan metode minor-kofaktor dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian rangkaian listrik DC minimal 2-loop.

Kata kunci: Minor-Kofaktor, Aturan Cramer, Rangkaian Listrik DC 2-Loop.

Abstract

Understanding physics concepts cannot be separated from the use of mathematical equations, such as in the 2-loop DC electrical circuit material. Kirchoff's Laws I and II in a 2-loop DC electrical circuit produce 3 linear equations with 3 variables. Substitution-elimination is a method often used to solve linear equations with $n \leq 3$ variables. Cramer's rule is a mathematical equation that is effective in solving linear equations with $n \geq 3$ variables analytically. The minor cofactor method is one method to determine the value of a rectilinear matrix of $n \geq 3$, namely by summing the product of the elements in the row or column with the appropriate cofactor. This study aims to determine the electric current in a 2-loop DC electrical circuit with Cramer's rule $I_1 = \frac{\det P_1}{\det P}$; $I_2 = \frac{\det P_2}{\det P}$; and $I_3 = \frac{\det P_n}{\det P}$ using the minor cofactor method. From the questionnaire results on first-year students, a positive response of 62.77% was obtained. So Cramer's rule aided by the minor-cofactor method can be used as an alternative to solving a minimum 2-loop DC electrical circuit.

Keywords: Minor-Cofactor, Cramer's Rule, 2-Loop DC Electrical Circuit.

PENDAHULUAN

Fisika adalah salah satu ilmu pelajaran yang membutuhkan kemampuan bernalar, berlogika yang baik dan kemampuan dalam berhitung sehingga untuk mempelajari fisika dituntut adanya pemahaman konsep-konsep fisika secara teratur (Malina *et al.*, 2021). Ilmu fisika mempelajari mengenai perilaku alam dan ilmu fisika biasanya dinyatakan ke dalam bentuk persamaan matematika (Ramli, 2019). Gejala

makroskopik dan mikroskopik serta hukum-hukum dasar fisika dapat diekspresikan dalam bahasa matematis (Nissa *et al.*, 2022). Pemahaman fisika tidak dapat dipisahkan dengan persamaan matematika yang berperan sebagai operator dalam fisika (Hasyim & Ramadhan, 2018).

Fisika adalah salah satu mata pelajaran yang masih dianggap sulit untuk dipelajari oleh siswa karena bukan hanya sekedar ilmu pengetahuan hafalan akan tetapi juga ilmu yang memerlukan pemahaman konsep secara mendalam (Puri & Perdana, 2023). Rangkaian listrik 2-loop sebagai sub materi listrik dinamis rentan menimbulkan miskonsepsi kepada siswa. Hidayatulloh (2020) menyatakan bahwa materi rangkaian listrik 2 loop adalah materi yang dianggap sulit oleh siswa. Solihudin *et al.*, (2023) menjelaskan bahwa materi listrik dinamis yang dipelajari di SMA (Sekolah Menengah Atas) masih dianggap sulit karena untuk mempelajarinya memerlukan pemahaman akan fakta dan prinsip. Penelitian Sarni *et al.*, (2023) menghasilkan bahwa 34,24% siswa mengalami miskonsepsi pada sub konsep arus listrik dan beda potensial pada rangkaian listrik dinamis. Ilhamsyah *et al.*, (2022) menjelaskan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami karakteristik rangkaian arus searah. Rangkaian listrik diselesaikan menggunakan hukum kirchoff dengan metode yang dominan digunakan adalah metode substitusi dan eliminasi. Akan tetapi, metode ini akan memakan waktu dan relatif sangat lama serta tingkat kesalahan yang diperoleh semakin besar jika sistem persamaan linier yang digunakan lebih dari 2 variabel (Ilmi *et al.*, 2023).

Materi rangkaian listrik di dalam mata pelajaran fisika diselesaikan menggunakan hukum kirchoff. Hukum kirchoff terdiri dari hukum I Kirchoff yang berbunyi "Total kuat arus listrik yang melalui suatu titik percabangan bernilai 0" dan hukum II Kirchoff yang berbunyi "Total gaya gerak listrik dan potensial listrik yang menurun saat mengelilingi suatu lintasan tertutup pada suatu rangkaian listrik harus bernilai 0" (Mutoharoh *et al.*, 2022). Penyelesaian hukum Kirchoff dalam rangkaian listrik tertutup menghasilkan sebuah persamaan linier.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = q_1 \quad (1)$$

$$b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n = q_2 \quad (2)$$

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n = q_3 \quad (3)$$

Variabel x_1 , x_2 dan x_3 dalam sistem persamaan linier (SPL) dapat ditentukan selain menggunakan metode substitusi dan eliminasi juga bisa ditentukan dengan menggunakan metode lainnya, seperti metode magic tabel, metode Cramer, metode Gauss-Jordan dan metode Gauss-Seidel. Antoro *et al.*, (2020) menyatakan bahwa persoalan rangkaian listrik dapat diselesaikan dengan metode magic tabel. Penentuan arus listrik pada rangkaian listrik sebanyak n iterasi (n merupakan total loop dan total variabel dari permasamaan simultan) dapat diselesaikan menggunakan metode Gauss-Jordan (Batarius & Samane, 2021). Mutoharoh *et al.*, (2022) menyatakan bahwa permasalahan pada rangkaian listrik diselesaikan dengan metode analitik berupa metode Gauss-Seidel. Devita (2022) menyatakan bahwa metode Cramer dapat digunakan dalam penentuan nilai arus listrik yang mengalir pada suatu rangkaian listrik dengan solusi penyelesaian menggunakan sistem persamaan linier.

Aturan Cramer dalam menyelesaikan SPL dapat dilakukan dengan merubah SPL dalam bentuk perkalian matriks, yaitu :

$$[P][X] = [Q] \quad (4)$$

Dengan $[P] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \end{bmatrix}$ adalah matriks bujur sangkar berorde n, $[X] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ adalah matriks kolom berukuran $nx1$ dan $[Q] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$ adalah matriks kolom berukuran $nx1$. Sehingga variabel x_1 , x_2 ,

..., x_n dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan berikut :

$$x_1 = \frac{\det P_1}{\det P}; \quad x_2 = \frac{\det P_2}{\det P}; \quad \dots \quad \text{dan} \quad x_n = \frac{\det P_n}{\det P} \quad (5)$$

Dimana matriks P_1 adalah matriks P dengan kolom 1 diganti dengan matriks Q , matriks P_2 adalah matriks P dengan kolom 2 diganti dengan matriks Q dan P_n adalah matriks P dengan kolom n diganti dengan matriks Q . Sehingga secara matematis matriks P_1, P_2, \dots, P_n dirumuskan sebagai berikut :

$$P_1 = \begin{bmatrix} q_1 & a_2 & \dots & a_n \\ q_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_1 & m_2 & \dots & m_n \end{bmatrix}; \quad P_2 = \begin{bmatrix} a_1 & q_1 & \dots & a_n \\ b_1 & q_2 & \dots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_1 & q_2 & \dots & m_n \end{bmatrix}; \quad \text{dan } P_n = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & q_1 \\ b_1 & b_2 & \dots & q_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_1 & m_2 & \dots & q_n \end{bmatrix} \text{ (Devita, 2022).}$$

Determinan matriks adalah nilai dari suatu matriks bujursangkar. Determinan matriks berguna dalam menyelesaikan beberapa persoalan yang disajikan dalam suatu matriks bujursangkar (Rahma *et al.*, 2023). Determinan matriks diperoleh dari aturan tertentu dalam matriks bujur sangkar dengan cara menjumlahkan semua hasil kali dari matriks tersebut (Maharani, 2020). Ada beberapa cara untuk menentukan determinan dari sebuah matriks bujursangkar, yaitu : metode Sarrus, metode minor-kofaktor, metode eliminasi Gauss hingga metode dekomposisi (Aryani & Marzuki, 2018). Setiap metode memiliki kelebihan dan juga kekurangan, demikian juga pada metode minor dan kofaktor. Dalam metode minor-kofaktor, determinan matriks adalah jumlah perkalian elemen-elemen pada baris atau kolom dengan

kofaktor-kofaktor yang sesuai. Sehingga determinan matrik $[P] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \end{bmatrix}$ dapat dirumuskan

sebagai berikut : $\det P = a_1K_{11} + a_2K_{12} + \dots + a_nK_{1n}$ atau secara umum dirumuskan :

$$\det P = m_1K_{m1} + m_2K_{22} + \dots + m_nK_{mn}. \quad (6)$$

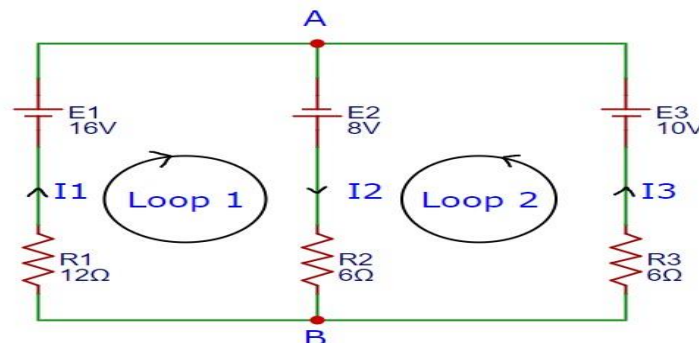
Dengan $K_{mn} = (-1)^{m+n}|M_{mn}|$ dan $|M_{mn}|$ adalah determinan matriks minor dari matriks P dengan mengeliminasi baris ke- m dan kolom ke- n (Darmawati, 2019).

Berdasarkan pembahasan di atas, maka penelitian ini bertujuan untuk menerapkan aturan Cramer berbantuan metode minor-kofaktor untuk menyelesaikan rangkaian listrik DC 2-loop. Hasil penelitian diharapkan dapat menambah referensi tentang penerapan aturan Cramer berbantuan determinan matriks (khususnya metode minor kofaktor) sebagai alternative solusi dalam menyelesaikan persoalan rangkaian listrik DC 2-loop.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk penelitian dasar dengan menerapkan aturan Cramer berbantuan metode minor-kofaktor dalam menghitung determinan matriks bujursangkar orde-3 untuk menentukan arus listrik dalam rangkaian listrik DC 2 loop. Berdasarkan hukum Kirchoff 1 dan hukum Kirchoff II dalam rangkaian didapatkan 3 persamaan linier dengan 3 variabel, yaitu : I_1, I_2 dan I_3 . Dari 3 persamaan linier 3 variabel tersebut dirubah menjadi persamaan perkalian matriks.

Adapun langkah-langkah penerapan aturan Cramer berbantuan metode minor-kofaktor dalam menyelesaikan persoalan rangkaian listrik DC 2-loop adalah sebagai berikut :



Gambar 1. Rangkaian Listrik DC 2 loop

Sesuai gambar 1, dengan menggunakan hukum 1 Kirchoff : $\sum I_{masuk} = \sum I_{keluar}$ dan hukum II Kirchoff : $\sum \varepsilon + \sum I.R = 0$ didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$\text{Loop I} : I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\text{Loop II} : I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_3 + \varepsilon_2$$

$$\text{Hukum I} : I_1 + I_3 = I_2$$

1. Mengubah persamaan di atas ke dalam bentuk sistem persamaan linier 3 variabel sebagai berikut.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = q_1$$

$$b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 = q_2$$

(7)

$$c_1x_1 - c_2x_2 + c_3x_3 = q_3$$

Dimana,

$a_1 =$ komponen hambatan dari I_1 pada loop 1	$a_2 =$ komponen hambatan dari I_2 pada loop 1	$a_3 =$ komponen hambatan dari I_3 pada loop 1
$b_1 =$ komponen hambatan dari I_1 pada loop 2	$b_2 =$ komponen hambatan dari I_2 pada loop 2	$b_3 =$ komponen hambatan dari I_3 pada loop 2
$c_1 =$ komponen hambatan dari I_1 pada hukum I Kirchoff	$c_2 =$ komponen hambatan dari I_2 pada hukum I Kirchoff	$c_3 =$ komponen hambatan dari I_3 pada hukum I Kirchoff

2. Merepresentasikan persamaan (7) ke dalam bentuk perkalian matriks, sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. Menentukan variabel $x_1 = I_1, x_2 = I_2$ dan $x_3 = I_3$ dengan menggunakan aturan Cramer, yaitu :

$$x_1 = \frac{\det P_1}{\det P}, \quad x_2 = \frac{\det P_2}{\det P} \quad \text{dan} \quad x_3 = \frac{\det P_3}{\det P} \quad (9)$$

dengan

$$\det P = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \det P_1 = \begin{vmatrix} q_1 & a_2 & a_3 \\ q_2 & b_2 & b_3 \\ q_3 & c_2 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$\det P_2 = \begin{vmatrix} a_1 & q_1 & a_3 \\ b_1 & q_2 & b_3 \\ c_1 & q_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \& \quad \det P_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & q_1 \\ b_1 & b_2 & q_2 \\ c_1 & c_2 & q_3 \end{vmatrix} \quad (10)$$

4. Menentukan determinan matriks menggunakan metode minor-kofaktor. Dalam metode minor-kofaktor, gunakan salah satu baris dalam matriks bujursangkar, misalkan dipilih baris pertama. Determinan matriks dengan metode minor-kofaktor tahapan sebagai berikut :

a. Minor pada matriks P, adalah:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} = b_2 \cdot c_3 - c_2 \cdot b_3$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} = b_1 \cdot c_3 - c_1 \cdot b_3 \quad (11)$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = b_1 \cdot c_2 - c_1 \cdot b_1$$

b. Kofaktor pada matriks P, adalah:

$$K_{11} = (-1)^{1+1} |M_{11}|$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} |M_{12}| \quad (12)$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} |M_{13}|$$

c. Determinan P pada matriks adalah:

$$\det P = a_1 \cdot K_{11} + a_2 \cdot K_{12} + a_3 \cdot K_{13} \quad (13)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan menggunakan hukum I dan hukum II Kirchoff dalam rangkaian listrik DC 2 loop didapatkan 3 persamaan linier dengan 3 variabel, yaitu I_1, I_2 dan I_3 . Selain menggunakan metode substitusi-eliminasi untuk menyelesaikan 3 persamaan linier 3 variabel juga dapat menggunakan aturan Cramer berbantuan determinan matriks (Metode minor-kofaktor). Adapun penerapan aturan Cramer berbantuan metode minor-kofaktor dalam menyelesaikan rangkaian listrik DC 2 loop sebagai berikut.

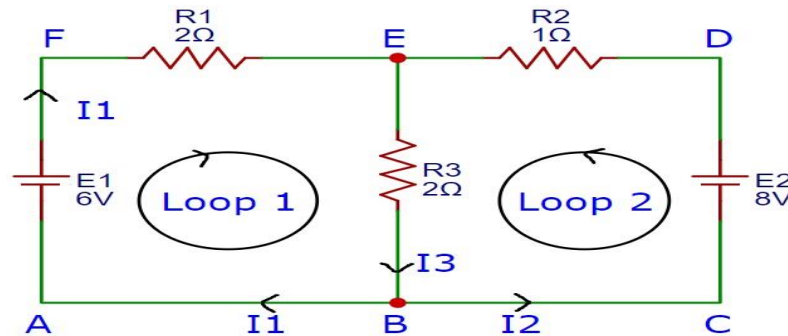
A. Rangkaian Listrik 2 Loop dengan 2 potensial dan 3 hambatan listrik.

Dengan menerapkan ketentuan loop dan hukum Kirchoff pada rangkaian listrik 2 loop pada gambar 2, didapatkan :

$$\text{Loop I} \quad : I_1 2 + I_2 2 = 6$$

Loop II : $I_2 + I_3 = 8$

Hukum I Kirchoff : $I_1 + I_2 = I_3$



Gambar 2. Rangkaian Listrik DC 2-loop

1. Mengubah persamaan di atas ke dalam bentuk sistem persamaan linier, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 0x_2 + 2x_3 &= 6 \\ 0x_1 + 1x_2 + 2x_3 &= 8 \\ 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

2. Merepresentasikan persamaan (14) ke dalam bentuk perkalian matriks

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

3. Menentukan $x_1 = I_1, I_2$, dan I_3 menggunakan aturan Cramer, sebagai berikut

$$x_1 = \frac{\det P_1}{\det P}; \quad x_2 = \frac{\det P_2}{\det P} \quad \text{dan} \quad x_3 = \frac{\det P_3}{\det P} \tag{16}$$

$$\text{dengan } \det P = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \det P_1 = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 8 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \det P_2 = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 0 & 8 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \text{ dan}$$

$$\det P_3 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \tag{17}$$

4. Menentukan determinan matriks P, P_1, P_2 dan P_3 dengan menggunakan metode minor-kofaktor, dengan tahapan sebagai berikut :

- a. Nilai matriks minor dari matriks P dengan mengeliminasi baris pertama, diperoleh :

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 = (-1) - 2 = -3$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 = 0 - 2 = -2 \tag{18}$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0 - 1 = -1$$

- b. Kofaktor matriks P adalah

$$K_{11} = (-1)^{1+1}(-3) = (-1)^2 \cdot -3 = -3$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2}(-2) = (-1)^3 \cdot -2 = 2 \tag{19}$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3}(-1) = (-1)^4 \cdot -1 = -1$$

- c. Jadi $\det P = a_1 K_{11} + a_2 K_{12} + a_3 K_{13} = 2(-3) + 0(2) + 2(-1) = -8$ (20)

Dengan cara yang sama, determinan matriks $\det P_1, \det P_2$ dan $\det P_3$ adalah

$$\det P_1 = 6(-3) + 0(-8) + 2(8) = -2$$

$$\det P_2 = 2(-8) + 6(2) + 2(-8) = -20 \text{ dan} \tag{21}$$

$$\det P_3 = 2(-8) + 0(8) + 6(-1) = -22$$

Jadi besar arus listrik dalam rangkaian listrik DC 2 loop pada gambar 2 adalah

$$I_1 = x_1 = \frac{\det P_1}{\det P} = \frac{1}{4} A; \quad I_2 = x_2 = \frac{\det P_2}{\det P} = \frac{5}{2} A; \quad I_3 = x_3 = \frac{\det P_3}{\det P} = \frac{11}{4} A \quad (22)$$

Yang memberikan hasil yang sama jika dikerjakan melalui metode substitusi -eliminasi (Sandy Fahmsyah, et.al, 2018).

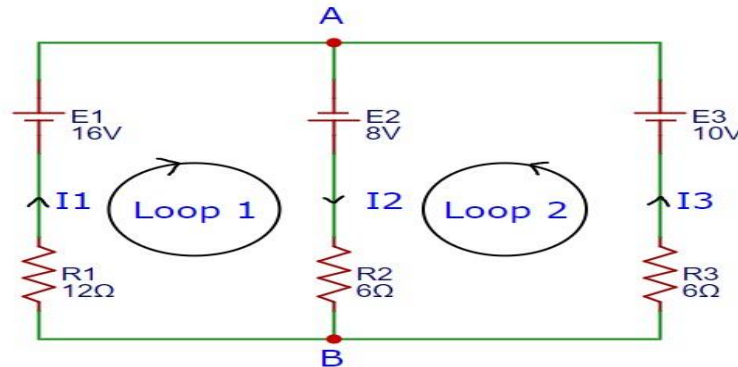
B. Rangkaian Listrik 2 Loop dengan 3 potensial dan 3 hambatan listrik

Dengan menerapkan ketentuan loop dan hukum Kirchoff pada rangkaian listrik 2 loop pada gambar 3, didapatkan :

$$\text{Loop I} \quad : I_1 12 + I_2 6 = 24$$

$$\text{Loop II} \quad : I_2 6 + I_3 6 = 18$$

$$\text{Hukum I Kirchoff} : I_1 + I_3 = I_2$$



Gambar 3. Rangkaian Listrik 2-loop

1. Mengubah persamaan di atas ke dalam bentuk sistem persamaan linier, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$12x_1 + 6x_2 + 0x_3 = 24$$

$$0x_1 + 6x_2 + 6x_3 = 18$$

$$1x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 0$$

(23)

2. Merepresentasikan persamaan (23) ke dalam bentuk perkalian matriks

$$\begin{bmatrix} 12 & 6 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 18 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(24)

3. Menentukan $x_1 = I_1$, I_2 , dan I_3 menggunakan aturan Cramer, sebagai berikut

$$x_1 = \frac{\det P_1}{\det P}; \quad x_2 = \frac{\det P_2}{\det P} \quad \text{dan} \quad x_3 = \frac{\det P_3}{\det P} \quad (25)$$

$$\text{dengan } \det P = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \det P_1 = \begin{bmatrix} 24 & 6 & 0 \\ 18 & 6 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \det P_2 = \begin{bmatrix} 12 & 24 & 0 \\ 0 & 18 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan}$$

$$\det P_3 = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 24 \\ 0 & 6 & 18 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

4. Menentukan determinan matriks P , P_1 , P_2 dan P_3 dengan menggunakan metode minor-kofaktor, dengan tahapan sebagai berikut :

- a. Nilai matrik minor dari matriks P dengan mengeliminasi baris pertama, diperoleh :

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 6 \cdot 1 - (-1) \cdot 6 = 6 + 6 = 12$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 0 \cdot 1 - 1 \cdot 6 = 0 - 6 = -6$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 6 = 0 - 6 = -6$$

(27)

- b. Kofaktor matriks P adalah

$$K_{11} = (-1)^{1+1}(12) = (-1)^2 \cdot 12 = 12$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2}(-6) = (-1)^3 \cdot -6 = 6$$

(28)

$$K_{13} = (-1)^{1+3}(-6) = (-1)^4 \cdot -6 = -6$$

$$c. \text{ Jadi } \det P = a_1K_{11} + a_2K_{12} + a_3K_{13} = 12(12) + 6(6) + 0(-6) = 180 \quad (30)$$

Dengan cara yang sama, determinan matriks $\det P_1$, $\det P_2$ dan $\det P_3$ adalah

$$\det P_1 = 24(12) + 6(-18) + 0(-18) = 180$$

$$\det P_2 = 12(18) + 24(6) + 0(-18) = 360 \text{ dan} \quad (31)$$

$$\det P_3 = 12(18) + 6(18) + 24(-6) = 180$$

Jadi besar arus listrik dalam dalam rangkaian listrik DC 2 loop pada gambat 3 adalah

$$I_1 = x_1 = \frac{\det P_1}{\det P} = \frac{180}{180} = 1A; I_2 = x_2 = \frac{\det P_2}{\det P} = \frac{360}{180} = 2A; I_3 = x_3 = \frac{\det P_3}{\det P} = \frac{180}{180} = 1 \quad (32)$$

Yang memberikan hasil yang sama jika dikerjakan melalui metode substitusi -eliminasi (Puspita, 2021).

Penerapan metode minor-kofaktor matriks bujursangkar orde-3 dalam aturan Cramer harus memperhatikan hal penting yaitu dalam penentuan arah loop dan arah arus listrik. Hal ini dikarenakan adanya perbedaan dari arah sumber tegangan pada rangkaian listrik DC 2-loop yang menghasilkan nilai + (positif) dan - (negatif) terhadap arah loop yang digunakan. Dimana, pada arah loop yang bergerak dari - (negatif) ke + (positif) menunjukkan kebalikan nilai dari sumber gerak gaya listrik atau GGL yang bergerak dari + (positif) ke - (negatif). Nilai dari positif maupun negatif pada sumber gerak gaya listrik atau ggl dapat mempengaruhi arah elektron.

Variasi potensial dan hambatan yang ada pada 2 soal yaitu pada gambar 2 dan gambar 3 dapat diselesaikan dengan penerapan metode minor-kofaktor dalam aturan Cramer untuk mendapatkan nilai arus listrik pada I_1, I_2 dan I_3 . 2 soal tersebut menunjukkan besar arus listrik I_1, I_2 dan I_3 yang dihasilkan sama dengan penelitian Sandy Fahamsyah *et al.*, (2018) dan Puspita, (2021) dengan penyelesaian soal rangkaian listrik DC 2-loop menggunakan metode substitusi-eliminasi. Metode minor-kofaktor dalam aturan Cramer bisa diterapkan pada rangkaian listrik ≥ 2 loop dibandingkan dengan metode substitusi-eliminasi yang menggunakan rangkaian ≤ 2 loop. Maharani, (2020) menyatakan bahwa aturan Cramer lebih mudah dipahami dalam menyelesaikan persoalan rangkaian listrik DC 2-loop. Nurullaeli, (2020) menjelaskan bahwa metode numerik Gauss-Jordan, Gauss-Seidel dan Cramer merupakan media analisis rangkaian listrik tertutup satu atau lebih loop yang lebih akurat dan menghemat waktu. Persoalan rangkaian listrik umumnya dirumuskan dalam bentuk persamaan matematika (Anam & Arnas, 2019). Maka dari itu, perlu adanya latihan kemampuan matematis dalam penyelesaiannya. Selanjutnya, penelitian ini diujicobakan kepada mahasiswa program studi pendidikan fisika, Universitas Jember, angkatan 1 yang menempuh mata kuliah matematika dasar kemudian menyebar angket respon untuk memperoleh respon mengenai penerapan metode minor-kofaktor dalam aturan Cramer pada penyelesaian soal rangkaian listrik DC 2-loop. Hasil angket respon mahasiswa dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 1. Respon Mahasiswa

No	Indikator	Persentase (%)	Kategori
1	Efisiensi Penggunaan	66,99%	Positif
2	Minat	64,98%	Positif
3	Motivasi	57,88%	Cukup Positif
4	Kepuasan	61,23%	Positif
Rata-rata		62,77%	Positif

Berdasarkan hasil angket respon mahasiswa diperoleh rata-rata persentase sebesar 62,77% dengan kategori positif. Hal ini menunjukkan bahwasanya metode minor-kofaktor matriks bujursangkar orde-3 dalam aturan Cramer untuk menyelesaikan persoalan rangkaian listrik DC 2-loop dapat digunakan dan diterima positif oleh mahasiswa.

PENUTUP

Hukum Kirchoff digunakan sebagai hukum dasar dalam mengembangkan teori rangkaian listrik DC 2-loop. Hukum Kirchoff pada rangkaian listrik DC 2-loop menghasilkan suatu sistem persamaan linier (SPL) yang diubah ke dalam bentuk perkalian matriks. Sehingga variabel dalam sistem persamaan

linier dapat ditentukan dengan menggunakan aturan Cramer dan determinan matriksnya dapat diselesaikan dengan menggunakan metode minor-kofaktor. Nilai determinan matriks yang telah diperoleh akan dimasukkan ke dalam aturan Cramer untuk mendapatkan nilai arus I_1 , I_2 dan I_3 pada rangkaian listrik DC 2-loop. Metode minor-kofaktor bisa menggunakan baris lainnya yaitu baris 2, 3 dan seterusnya. Penyelesaian soal rangkaian listrik DC 2-loop menggunakan metode minor-kofaktor dalam aturan Cramer dapat memudahkan siswa maupun mahasiswa karena analisis yang dibutuhkan lebih sederhana terlebih lagi hasil persamaan yang diperoleh lebih dari 2 variabel. Langkah-langkah pengerjaannya lebih teliti dan lebih ringkas sehingga membantu penghematan waktu dalam pengerjaan soal. Metode minor-kofaktor matriks bujursangkar orde-3 dalam aturan Cramer dapat menjadi solusi efektif untuk penyelesaian soal rangkaian listrik DC 2-loop. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah peneliti dapat menyelesaikan persoalan fisika dengan materi berbeda menggunakan metode minor-kofaktor.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada dosen yang telah memberikan bimbingan dan dukungan dalam membuat artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Antoro, B. H., Supriadi, B., Prihandono, T., Muttaqin, M. R., Azizah, N. H., & Epiningtiyas, S. (2020). Analysis of magic table in completin of closed flow circuits Analysis of magic table in completin of closed flow circuits. *Journal of Physics: Conference Series*, 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1538/1/012043>
- Aryani, F., & Marzuki, C. C. (2018). Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 4(2), 82–88.
- Batarius, P., & Samane, I. P. A. N. (2021). Analisis Metode Gauss-Jordan Dalam Penentuan Arus Pada Rangkaian Listrik. *Jurnal Ilmiah MATRIK*, 23(3), 279–290.
- Darmawati. (2019). *Peka Matematika Lanjutan: Buku Suplemen Untuk Siswa SMA/MA*. Deepublish. <https://books.google.co.id/books?id=227IDwAAQBAJ>
- Devita, R. (2022). Eksistensi Metode Cramer Sebagai Solusi Penyelesaian SPL Dalam Kasus Rangkaian Listrik. *JURNAL SYNTAX FUSION*, 2(10), 859–870, 2(10), 859–870. <https://fusion.rifainstitute.com>
- Hasyim, F., & Ramadhan, A. (2018). Kecukupan Kemampuan Matematika Bagi Calon Guru Fisika. *Jurnal Inovasi Pendidikan Fisika Dan Integrasinya*, 1(2), 1–6.
- Hidayatulloh, A. (2020). Analisis Kesulitan Belajar Fisika Materi Elastisitas Dan Hukum Hooke Dalam Penyelesaian Soal – Soal Fisika. *Kappa Journal*, 4(1), 69–75. <https://doi.org/10.29408/kpj.v4i1.1636>
- Ilhamsyah, B. Y., Sudarti, & Bektiarso, S. (2022). Pengembangan Modul Fisika Berbasis Augmented Reality Materi Rangkain Arus Searah Untuk Siswa SMA. *Jurnal Pembelajaran Fisika*, 11(3), 98–105.
- Ilmi, U., Faroh, R. A., Hanifah, A. I., & Mukhoyyaroh, N. I. (2023). Studi Persoalan Sistem Persamaan Linear dalam Rangkaian Listrik Berbasis Matlab dan OBE. *Jurnal ELECTRA*, 3(2), 35–45.
- Maharani, N. (2020). Perbandingan Tingkat Pemahaman Mahasiswa STMIK STIKOM Indonesia pada Metoda Eliminasi Gauss dan Metoda Cramer pada Penyelesaian Sistem Persamaan Linier. *Journal of Science Education*, 4(2), 66–73.
- Malina, I., Yuliani, H., & Syar, N. I. (2021). Analisis Kebutuhan E-modul Fisika Sebagai Bahan Ajar Berbasis PBL Di MA Muslimat NU. *Silampari Jurnal Ilmu Fisika*, 3(1), 70–80.
- Mutoharoh, M., Sabrina, P. M., & Mulyati, D. (2022). Pengembangan Bahan Ajar Metode Numerik Gauss Seidel pada Kasus Rangkaian Listrik. *Jurnal Pendidikan, Inovasi, Dan Terapan Teknologi*, 1(2), 45–52.
- Nissa, I. C., Pangga, D., & Febrilia, B. R. A. (2022). Kemampuan Matematika Dasar Mahasiswa Fisika Ditinjau dari Mathematical Procedural Skills, Conceptual Understanding, dan Algorithmic Problem Solving. *Jurnal Jendela Pendidikan*, 2(03), 442–450.
- Puri, P. R. A., & Perdana, R. (2023). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Fisika Peserta Didik SMA Di Bantul Pada Materi Fluida Statis Dan Upaya Peningkatannya Melalui Model Pembelajaran Visualization Auditory Kinesthetic. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Fisika UNWIRA*, 1(2), 93–101.
- Puspita, I. (2021). Strategi Penguatan Pemahaman Pembelajaran Jarak Jauh Pada Materi Listrik DC Melalui Percobaan Berbantu Lab Virtual Phet Aplication Program dan Media Sosial Telegram. *Nusantara: Jurnal Pendidikan Indonesia*, 1(3), 569–588. <https://doi.org/10.14421/njpi.2021.v1i3-7>
- Rahma, A. N., Fitri, T., & Rahmawati. (2023). Determinan Matriks ?????????????????????? (??, ??, ??, ...

- , ??) Ordo $n \times m$ ($n \geq m$) Menggunakan Metode Salihu. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 9(2), 53–65. <https://doi.org/https://dx.doi.org/10.24014/jsms.v9i2.21971>
- Ramli, I. (2019). Penggunaan Scilab Dalam Menyelesaikan Persoalan Fisika: Osilasi Tereadam. *Jurnal Dinamika*, 10(1), 1–9.
- Sandy Fahamsyah, S. S., Wahyu, T. R. B., & Estrada, O. (2018). *TOP ONE Buku Pintar Fisika SMA: Jago Fisika ala Bimbel*. BintangWahyu. <https://books.google.co.id/books?id=ALFIDwAAQBAJ>
- Sarni, N., Sukariasih, L., & Anas, M. (2023). Identifikasi Miskonsepsi Peserta didik Kelas X Pada Konsep Listrik Dinamis dengan Menggunakan Four-Tier Diagnostic Test di SMK Negeri 1 Muna Barat. *Jurnal Penelitian Pendidikan Fisika*, 8(3), 196–205.
- Solihudin, D., Mayub, A., & Sutarno. (2023). Analisis Kebutuhan Rancang Bangun Multimedia Pembelajaran Materi Listrik Dinamis. *Journal on Education*, 05(04), 15791–15798.